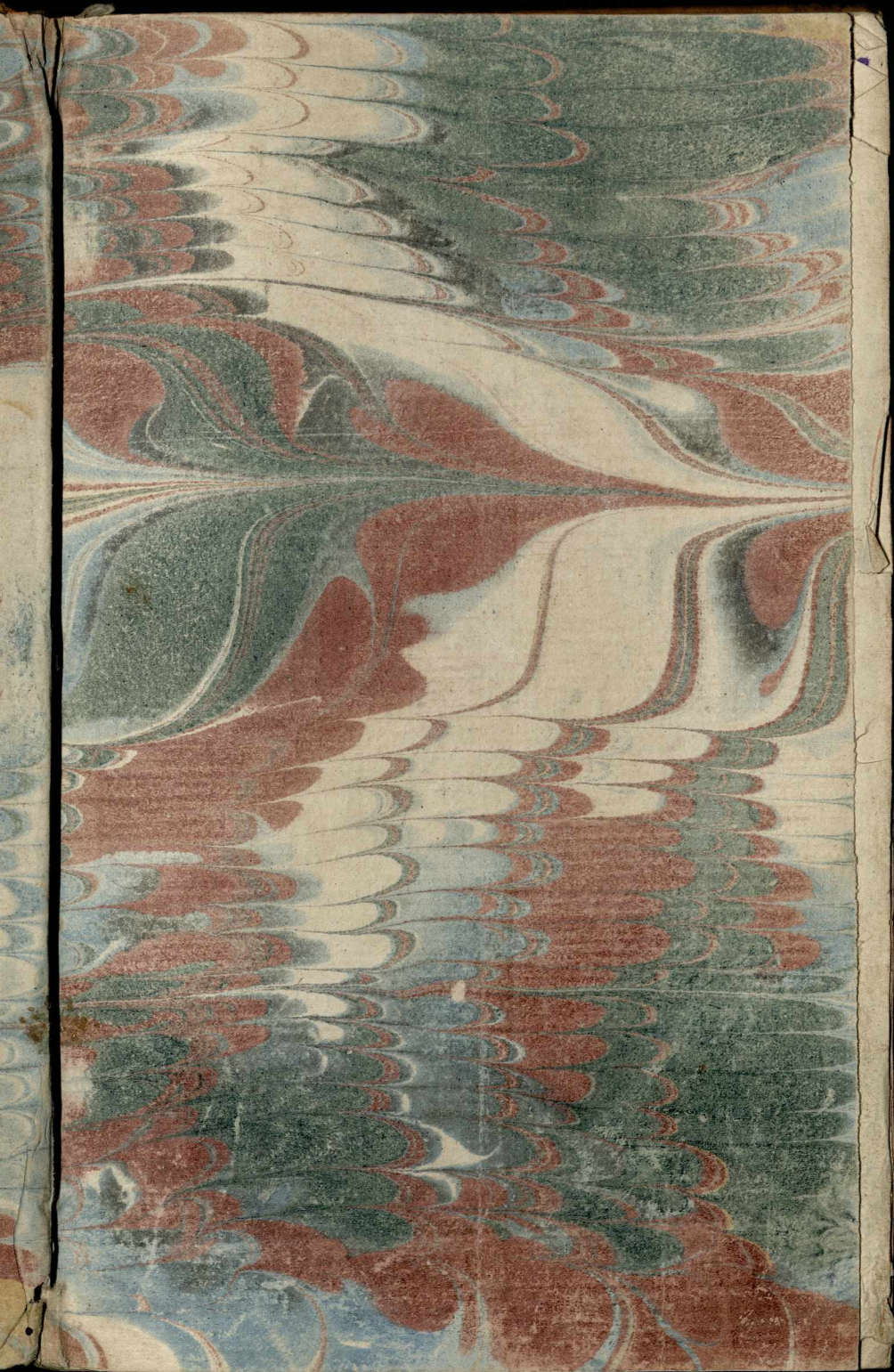


88286
page

28070

Орловская областная
БИБЛИОТЕКА
им. А. К. Крупской
АБОНЕМЕНТ

дв.
ли.
ов.
2
у.
мо:

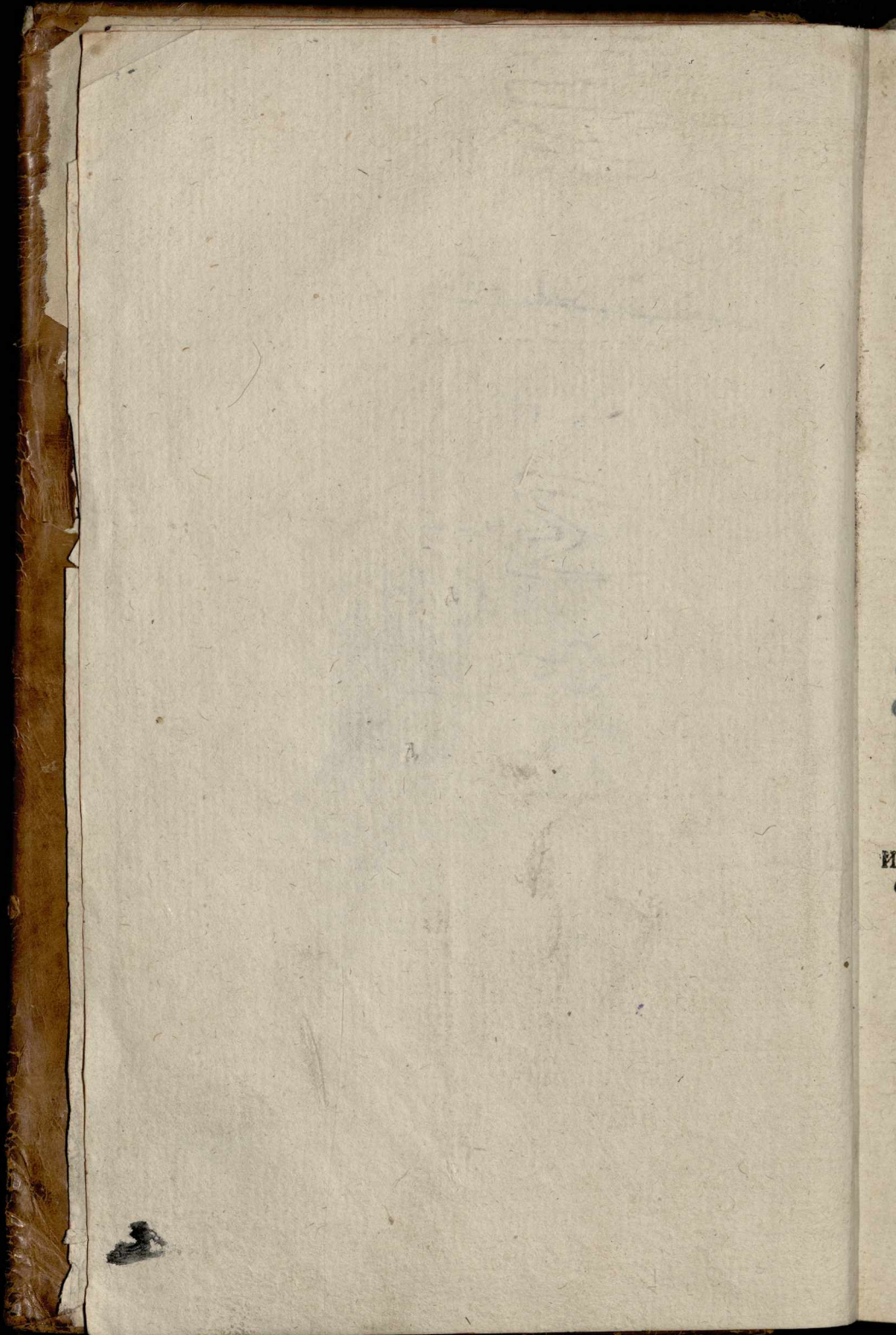


~~24. J. Corp.~~

2796
W. 2. 12

~~17. 1. 17.~~

17. 1. 17.



НАЧАЛЬНЫЯ ОСНОВАНІЯ АЛГЕБРЫ,

5/2
НЗВ

или
АРИѦМЕТИКИ ЛИТЕРАЛЬНОЙ,
4589. XVI. 6/8. СЛУЖАЩІЯ
для

Удобнѣйшаго и скорѣйшаго вычисленія какъ АриѦ-
метическихъ, такъ и Геометрическихъ задачъ,
въ

ПОЛЬЗУ и УПОТРЕБЛЕНІЕ
РОССІЙСКАГО ЮНОШЕСТВА,
УПРАЖНЯЮЩАГОСЯ

въ
МАТЕМАТИЧЕСКИХЪ НАУКАХЪ;
СОБРАННЫЯ

изъ
РАЗНЫХЪ АВТОРОВЪ
съ

ПРОВЕРЕНО
1946 г.

Пріовщеніемъ грапированныхъ фигуръ на двѣ-
натцати таблицахъ,

Императорскаго Московскаго Университета Публичнымъ
Ординарнымъ Профессоромъ, и Московскаго Россійска-
го Собранія при томъ же Университетѣ Членомъ
ДМИТРІЕМЪ АНИЧКОВЫМЪ.

ВЪ МОСКВѢ,

Въ Университетской Типографіи у Н. Новикова
1781 года.

ОРЛОВСКАЯ ОБЛАСТНАЯ
ПУБЛИЧНАЯ
БИБЛИОТЕКА
им. И.А. Бунина

ОДОБРЕНІЕ.

По приказанію Императорскаго Московскаго Униперситета Господь Кураторовъ, я читалъ книгу подъ заглавіемъ Начальныя Основанія Алгебры, и не нашелъ въ ней ничего противнаго наставленію, данному мнѣ о разсматриваніи печатаемыхъ въ Униперситетской Типографіи книгъ; почему она и напечатана быть можетъ. Коллежскій Сопѣтникъ и Красноречія Профессоръ и Ценсоръ печатаемыхъ въ Униперситетской Типографіи книгъ.

АНТОНЪ БАРСОВЪ.





НАЧАЛЬНЫЯ ОСНОВАНІЯ АЛГЕБРЫ.

ГЛАВА ПЕРВАЯ.

О

*Наименованіяхъ, употребляемыхъ въ Алгебрѣ
и первыхъ оной началахъ.*

ОПРЕДѢЛЕНІЕ I.

§. I.

Алгебра (Algebra, vel analysis), или псеобщая
Ариѳметика (Arithmetica vniuersalis), или
Литеральная Ариѳметика (Arithmetica Spe-
ciosa, seu Logistica) есть наука изъ данныхъ
нѣсколькихъ количествъ, помощію сравне-
ній, находить другія неизвѣстныя коли-
чества тогожъ роду, о которыхъ, въ раз-
сужденіи данныхъ, нѣчто знаетъ дается.
Или Алгебра есть наука изъ данныхъ, или
извѣстныхъ количествъ, помощію сравне-
ній, находить неизвѣстныя.


~~~~~

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 2. Алгебра *Всеобщей Ариѣметикою* называется потому, что чрезъ оную вычисляется все, что можно вычислить. Почему великой Англичской Математикъ Исаакъ Невтонъ руководсво свое къ Алгебрѣ и назвалъ всеобщей Ариѣметикою. *Литеральноюжѣ Ариѣметикою* именуется потому, что въ оной вмѣсто цифрѣ употребляются всеобщіе знаки, то есть, азбучныя буквы, и чрезъ оныя дѣлаются обыкновенныя Алгебраическія выкладки, коихъ употребленіе первой ввелъ въ Алгебру Францискъ Виета. *Спеціозажѣ* называется потому, что она предметомъ имѣетъ роды, или виды вещей; а *Алгеброю* названа она отъ Араповъ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ II.

§. 3. Одно, или многія количества, означенныя буквами, почищаются *Алгебраическими количествами*, или *величинами* (Algebraicae quantitates, seu magnitudines).

ПОЛОЖЕНІЕ I.

§. 4. Данныя, или извѣстныя количества въ Алгебрѣ всегда означаются первыми азбучными буквами, на пр. а, в, с, d, и проч. а неизвѣстныя, или искомыя количества послѣдними, на пр. х, у, z, и проч.

ПО.



## ПОЛОЖЕНІЕ II.

§. 5. Знакъ сложенія есть  $+$ , а вычитанія  $-$ ; первой выговаривается чрезъ plus, а другой чрезъ minus. На пр. сумма двухъ количествъ  $a$  и  $b$  пишется  $a + b$ , а выговаривается  $a$  plus  $b$ ; напротивъ того разность двухъ количествъ пишется  $a - b$ , а выговаривается  $a$  minus  $b$ . Положимъ, что  $a = 7$  руб.  $b = 8$  коп. то  $a + b$  будетъ значить 7 рублей съ 8 копѣйками; на противъ того  $a - b$  будетъ значить 7 рублей безъ 8 копѣекъ.

## ПОЛОЖЕНІЕ III.

§. 6. Алгебраическое умноженіе или со всемъ не имѣетъ никакого знака, и умножаемая между собою буквы спаявтся безъ всякаго знака одна подлѣ другой; или означаются запятою, или почкою, а вообще употребляется слѣдующей знакъ  $\times$ . На пр. ежели должно умножить  $a$  на  $b$ ; то произведеніе пишется  $ab$ , или  $a, b$ , или  $a.b$ , или на конецъ  $a \times b$ ; и во всѣхъ случаяхъ выговаривается  $a$  умножено на  $b$ .

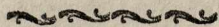
## ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 7. Когда многія количества вмѣстѣ умножаются на одно, или одно количество на многія; то оныя многія количества заключаются въ вмѣстительной, а

А 3

умно-





умножающее количество ставится безъ всякаго знака прежде, или послѣ вмѣстительной. На пр. произведеніе изъ  $a + b - c$  на  $d$ , пишется или такимъ образомъ:  $(a + b - c) d$ , или  $d(a + b - c)$ . Вообщежъ такое произведеніе изображается слѣдующимъ образомъ:  $a + b - c \times d$ , или  $d \times a + b - c$ , или надѣ соспавленнымъ количествомъ проводится черта, на пр.  $\overline{a + b - c} \times d$ .

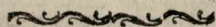
#### ПОЛОЖЕНІЕ IV.

§. 8. Знакъ дѣленія въ Алгебрѣ употребляется двоячье, или дѣлимые количества изображаются дробью. На пр. ежели  $a$  должно раздѣлить на  $b$ ; то частное число пишется или такимъ образомъ:  $a : b$ , или  $\frac{a}{b}$ , и въ обоихъ случаяхъ выговаривается  $a$  раздѣлено на  $b$ .

#### ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 9. Ежели многія количества вмѣстѣ дѣлятся на одно, или одно на многія; то оныя многія количества заключаются въ вмѣстительной, а дѣлящее количество ставится съ знакомъ дѣленія, прежде, или послѣ вмѣстительной. На пр. Частное число изъ  $a + b$  на  $c$  пишется или такимъ образомъ:  $(a + b) : c$ , или  $c : (a + b)$ . Вообщежъ частное число изображается слѣдующимъ образомъ:  $\overline{a + b} : c$ .





## ПОЛОЖЕНІЕ V.

§. 10. Знакъ равенства въ Алгебрѣ такойже, какой и въ Арифметикѣ, употребляется, то есть, ( $=$ .)

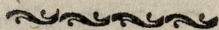
## ОПРЕДѢЛЕНІЕ III.

§. 11. *Количества простыя, или одинакия* (quantitates simplices, seu incomplexae) суть тѣ, которыя съ другимъ количествомъ чрезъ знакъ  $+$  не соединены, или опъ другого чрезъ знакъ  $-$  не отдѣлены. На пр.  $x$  или  $y$ . На противъ того *количества сложныя, или составныя* (quantitates compositae, seu complexae) суть тѣ, которыя съ другимъ количествомъ или чрезъ знакъ  $+$  соединены, или опъ другого чрезъ знакъ  $-$  отдѣлены. На пр.  $x + y$ , или  $x - y$ .

## ОПРЕДѢЛЕНІЕ IV

§. 12. *Количества, предъ которыми находится знакъ  $+$ , или которыя не имѣютъ предъ собою никакого знака, или въ началѣ поставляющіяся безъ всякаго знака, именующіяся положительными, или подтвердительными* (quantitates positivae; vel affirmativae), или *большими ничего* (maiores nihilo); на противъ того тѣ количества, предъ которыми находится знакъ  $-$ , называющіяся *недостаточными, или отрицательными* (quantitates privativae, vel negativae), или *меньшими ничего* (minores nihilo), или *непристойными* (absurdae);





дае); и первыя изъ оныхъ показываютъ самую вещь, а послѣднія означаютъ недостаточество вещи.

### П Р И Б А В Л Е Н И Е

§. 13. Изъ чего явствуетъ что количества положишья и отрицательныя, какъ имѣющія между собою нѣкоторое отношеніе, противопологаются другъ другу такимъ образомъ, что одно изъ нихъ, будучи приложено къ другому, сіе уничтожаетъ. Такими количествами считающся на пр. *вырышъ и наклады, приращеніе и убавленіе, продолженіе и позращеніе* и проч.

### П Р И М Ѣ Ч А Н І Е

§. 14. Положимъ, что ты не имѣешь ничего денегъ, однако подарено тебѣ 100 руб. то ты получа 100. руб. будешь имѣть больше ничего. Напротивъ того положимъ, что ты, не имѣя ничего денегъ, долженъ заплашишь 100. руб. Почему 100. руб. въ долгъ возьмешь, и прежде нежели заплашишь, будешь имѣть меньше ничего. Ибо должно тебѣ заплашишь 100. руб. чтобъ ничего не имѣть; и попому 100 руб. составляющіе долгъ, будутъ изображать количество отрицательное, или недостаточное.



### ПРИБАВЛЕНІЕ I.

§. 15. Почему, когда недоспапчное прикладываетъ къ положишельному, въ самой вещи уничтожаетъ, на пр.  $-3 \div 3 = 0$ ; когдажъ недоспапчное вычитаетъ изъ положишельнаго, тогда въ самой вещи прикладываетъ, на пр.  $-3 - 3 = -6$ . Ибо недоспапкъ безъ приложенія уничтоженъ бытъ не можетъ.

### ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 16. И какъ одинъ недоспапкъ больше другаго бытъ можетъ; то сумму и разность недоспапчныхъ неравныхъ количествъ по справедливости должно приниматьъ въ разсужденіе.

### ОПРЕДѢЛЕНІЕ V.

§. 17. Число приписанное къ какому количеству называется *множителемъ* (coefficient) того количества, то есть, показываетъ оно, сколько то количество должно взято бытъ. На пр.  $8x$ , значитъ, что количество  $x$  должно взять восемь разъ, также  $\frac{1}{2}x$  значитъ, что количества  $x$  должно взять половину.

### ПРИБАВЛЕНІЕ

§. 18. Почему о всякомъ количествѣ, предъ копорымъ хотя и не будетъ ходиться явнаго множителя, должно по-





нимаѣ, что предѣ онымѣ находится  $i$ .  
 На пр. а-тоже значиѣ, что и  $i a$ ; также  $d f$   
 тоже значиѣ, что и  $i d f$ .

## О П Р Е Д Ъ Л Е Н І Е VI.

§. 19. *Количества подобныя* (quantitates similes) называются всѣ шѣ, которыя означаются одинаковыми буквами, хотя въ прочемъ будуще имѣть разныхъ множителей. На пр. 3 а b c и 5 а b c суть количества подобныя. На противъ того *количества неподобныя* (quantitates dissimiles) суть шѣ, которыя означаются разными буквами. На пр. 3 а b d и 3 а b c суть количества неподобныя.

## ПОЛОЖЕНИЕ VI.

§. 20. Знакъ подобія таковойже и здѣсь употребляется, какой въ Ариѳметикѣ и Геометріи употребляемъ былъ. На пр.  $\infty$ .

## ГЛАВА ВТОРАЯ.

0

*Первыхъ дѣйствійхъ Алгебраическаго счисленія.*

ОПРЕДѢЛЕНІЕ VII.

§. 21.

*Припеденіе* (reductio) есть такое дѣйствіе, чрезъ которое количества, не перемѣняя содержанія оныхъ, приводятся въ простѣйшей видъ.

ПРИ-



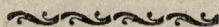
## ПРИМѢЧАНІЕ 1.

§. 22. Сіе дѣйствіе утверждается на слѣдующихъ двухъ правилахъ: 1. для удобнѣйшаго сношенія между собою количествъ, означенныхъ буквами, полезно въ постановленіи буквъ наблюдать порядокъ азбучной. На пр. количество  $ba + c - d + e + d + b - c + a$  лучше изображено быть можетъ такъ:  $ab - ab + c + b + d + c - d + de$ . 2. Многія подобныя количества приводятся къ одинакому; а шѣ, которыя другъ друга уничтожаютъ, выбрасываются. На пр. вмѣсто  $ab + ab + c + d$  лучше и короче можно изобразить  $2ab + c + d$ ; вмѣсто  $aa + 2ac + 3ac$  простѣе можно написать  $aa + 5ac$ ; вмѣсто  $ab + bb + c + d - bb$  лучше можно изобразить  $ab + c + d$ ; ибо  $+bb$  и  $-bb$  взаимно другъ друга уничтожаютъ; на конецъ вмѣсто  $a - 3b - 4b$  короче можно написать  $a - 7b$ .

## ПРИМѢЧАНІЕ 2.

§. 23. Количество Алгебраическое сложное изъ многихъ другихъ количествъ не перемѣняетъ своего знаменованія, когда въ буквахъ, означающихъ оное, не будетъ наблюдаемъ вышепомянутой порядокъ. На пр. если вмѣсто  $a + b - c$  напишешь  $b - c + a$ , или  $-c + a + b$ ; то изъ этого никакой въ знаменованіи количествъ перемѣны





мѣны не произойдетъ: ибо одно премѣненіе порядка въ буквахъ не перемѣняетъ знаменованія какъ частей, такъ и цѣлаго.

### ТЕОРЕМА I.

§. 24. Всякое количество за единицу принято быть можетъ.

### ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Когда всякое количество само въ себѣ есть одно, и къ другому опредѣленному количеству, какъ бы къ единицѣ не отнесишься; то само оно за единицу принято быть можетъ.

### ОПРЕДѢЛЕНІЕ VIII.

§. 25. Сложеніе Алгебраическое (*additio algebraica*) есть такое дѣйствіе, чрезъ которое количества, означенныя буквами, пишутся по порядку съ приложеніемъ къ положительнымъ количествамъ знака  $+$ , а къ недостаточнымъ знака  $-$ , и потомъ, ежели можно, дѣлается приведеніе оныхъ.

### ЗАДАЧА I.

§. 26. Сложишь количества, съ одинаковыми и разными знаками находящіяся.

### РѢШЕНІЕ.

1. Когда количества имѣютъ одинакіе знаки; то складывай оныя вмѣстѣ, какъ и въ Арифметикѣ.

2. Когда количества будутъ съ разными знаками, тогда сложеніе перемѣняется

ся



ся въ вычитаніе, то есть, тогда меньшее количество вычитается изъ большаго и предъ остаткомъ спавится знакъ большаго количества.

3. Еслилижъ количества будутъ означены разными буквами; то оныя соединяются между собою чрезъ знакъ †. На пр.

$$\begin{array}{rcl}
 4a + 2b - 2c - 5d - g & & a - b \\
 5a - 2b + 6c + 2d - 3g & & c \\
 \hline
 9a & + & 4c - 3d - 4g \text{ сумма} \quad a - b + c \\
 & & \text{сумма.}
 \end{array}$$

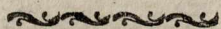
### ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Когда всякая буква, которою означаетъ количество, можетъ принята быть за единицу (§. 18. и 24); то означенныя одинакою буквою количества можно считать, какъ вещи одного рода (§. 44. Ариф.); а что количества съ разными знаками находящихся сложение перемѣняется въ вычитаніе, и предъ остаткомъ спавится знакъ большаго количества, сіе яснѣе можно видѣть изъ слѣдующаго примѣра: положимъ,

|       |       |      |           |
|-------|-------|------|-----------|
| руб.  | грив. | коп. |           |
| 7     | —     | 9    | — 5       |
| 3     | †     | 5    | — 9       |
| <hr/> |       |      |           |
| 10    | —     | 4    | — 4 сумма |

то





То видно, что въ суммѣ 10 руб. не достаеиъ 9. гривенъ; по чему, естли приложишь 5 гривенъ, недостаюокъ уменьшился и приведенъ будеиъ въ 4 гривны. Поеликужъ не цѣлыя 5 гривенъ, но безъ 9 гривенъ надлежало приложииъ къ суммѣ, и сумма 10 руб. безъ 4 гривенъ превосходитъ наспоящую 9. гривнами, и потому оныя надлежало опниати. Также, когда въ верхнемъ числѣ, съ копорымъ складывается нижнее, находяися 5. копѣекъ, сии дѣйствительно опниаты быиъ могуиъ, недостающіяжъ 4. копѣйки надлежииъ замѣиииъ какъ недостаюокъ. И такъ по справедливоспи сложеніе количествъ, съ разными знаками находяищихся, премѣняеиъ въ вычитаніе и предъ останикомъ ставиися знакъ большаго количества.

Ч. н. д.

#### ОПРЕДѢЛЕНІЕ IX.

§. 27. *Вычитаніе Алгебраическое* (Subtractio algebraica) естъ, такое дѣйствіе, чрезъ которое количества, означенныя буквами, пишутся одно подъ другимъ по порядку съ принадлежащими имъ знаками и попомъ находится разность оныхъ.

#### ТЕОРЕМА II.

§. 28. Въ вычитаніи простыхъ, или составныхъ количествъ, знаки вычитаемаго

коли-



количества перемѣняющіяся въ прошивные,  
то есть,  $\dagger$  въ  $—$ , а  $—$  въ  $\dagger$ .

### ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Ежели количество  $c \dagger d$  вычтешь изъ количества  $a \dagger b$ ; то разность оныхъ будетъ  $a \dagger b — c — d$ , и потому знакъ  $\dagger$  въ вычитаемомъ количествѣ перемѣняется въ знакъ  $—$ ; но ежели количество  $c — d$  вычтешь изъ количества  $a \dagger b$ ; то, когда цѣлое  $c$  вычтено будетъ, вычтешь больше, нежели надлежало; и потому то, что больше вычтено на пр.  $d$ -надлежитъ приложитъ. Следовательно будетъ разность данныхъ количествъ  $a \dagger b — c \dagger d$ , то есть, въ семъ случаѣ знакъ  $—$  перемѣняется въ  $\dagger$ . Ч. н. д.

### ЗАДАЧА II.

§. 29. Вычтешь количества, съ одинаковыми и разными знаками находящіяся.

### РѢШЕНІЕ

1. Когда количества имѣютъ одинакіе знаки и меньшее количество должно вычитаться изъ большаго; то дѣлай вычитаніе такъ, какъ и въ Ариѳметикѣ дѣлалъ.

2. Еслили должно будетъ вычитаться меньшее количество изъ большаго; то вычти меньшее изъ большаго и предъ остаткомъ поставь знакъ  $—$ , когда вычитаемыя количества будутъ съ знакомъ  $\dagger$ ; на-  
про-





прошивъ того предъ оспашкомъ поставъ знакъ †, когда шѢ количества будущъ съ знакомъ —.

3. Когда вычитаемыя количества будущъ съ разными знаками; то сложи шѢ количества, между коими надлежало дѣланъ вычитаніе, и предъ суммою оныхъ поставъ знакъ того количества, изъ котораго вычитанъ надлежало.

4. Еслили количества будущъ означены разными буквами; то въ такомъ случаѣ знаки вычитаемаго количества токмо пере-мѣняющіяся въ прошивные. На пр.

|                  | руб. грив. коп.      |
|------------------|----------------------|
| 8 a — 5 c † 9 d  | 8 — 5 † 9            |
| 6 a — 8 c — 7 d  | 6 — 8 — 7            |
| 2 a † 3 c † 16 d | 2 † 3 † 16 разность. |

|                                        |                            |
|----------------------------------------|----------------------------|
| a † b — c                              | a † d                      |
| d — e † f                              | c — e — g                  |
| a † b — c — d † e — f разность         | a † d — c † e † g разность |
| 9 b † 15 c — 7 d † 8 e — f             |                            |
| 6 b † 20 c — 9 d — 9 e † 7 f           |                            |
| 3 b — 5 c † 2 d † 17 e — 8 f разность. |                            |

### ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

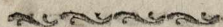
Поелику количества означенныя одина-  
кими буквами суть единицы одного и по-  
тожъ роду (§. 24.); того ради и вычита-  
ніе



нѣ оныхъ дѣлается какъ простыхъ чиселъ въ Ариѳметикѣ. Но когда большее количество вычитается изъ меньшаго, и оба оныя имѣютъ знакъ  $\dagger$ , на пр. 20с изъ 15с; то опнимается 20с, напрошивъ того въ верьху должно прибавить 15с, чего ради недостаетъ еще столько с, сколько разности находилъ между 20 и 15, а именно 5. Когдажъ вычитаемыя количества будутъ съ знакомъ —, на пр. когда надлежитъ вычитать — 9 d изъ — 7 d; то — 9 d должно прибавить, потому что съ лишкомъ вычтено; ибо надлежало опнять токмо 20с — 9 d, а опнято цѣлыя 20с, и поелику въ верьху не достаетъ 7 d; то изъ придаваемыхъ 9 d уничтожаются 7, и остаются только еще 2 d. Тогда ради въ такихъ случаяхъ надлежитъ всегда вычитать только меньшее изъ большаго и предъ остаткомъ спавить знакъ пропавшей, то есть, — вмѣсто  $\dagger$ , а  $\dagger$  вмѣсто —. Наконецъ, когда количества бываютъ съ разными знаками, и должно на пр. вычитать — 9 е изъ  $\dagger$  8 е; извѣстно изъ предыдущаго, что — 9 е должно прибавить для того, что напередъ съ лишкомъ вычтено; и такъ будетъ  $\dagger$  17 е. Напрошивъ того, когда должно будетъ, на пр.  $\dagger$  7 f вычитать изъ — f; то въ такомъ случаѣ

Б не





недостаеѣ одного  $f$  вѣ верѣжу, опни-  
маяжѣ еще  $7f$ , будеѣ недоставаѣ все-  
го  $8f$ ; чего ради вѣ обоихѣ случаяхѣ  
требуетѣ только сложиѣ оныя количе-  
ства и предѣ суммою ихѣ поставиѣ знакѣ  
находящейѣ при томѣ количествѣ, изѣ  
котораго вычипаетѣ. Ч. н. д.

#### ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 30. Вѣ Ариѣметикѣ сказано было,  
что числа слагаемыя должны быѣ одного  
роду (§. 44. Ариѣ.); по удивительно по-  
кажетѣ, для чего вѣ Алгебрѣ положи-  
тельныя количества сѣ недостапочными,  
и обратнѣ недостапочныя сѣ положишель-  
ными складывающѣ и вычипающѣ, когда  
оныя сущѣ разнородныя. Но обстоятель-  
нѣе разсматривая увидиѣ, что недостапо-  
чное количество никогда не складывается сѣ  
положишельнымѣ и изѣ онаго не вычипаетѣ-  
ся; но вѣ сложеніи вычипаетѣ попому,  
что болѣе, нежели надлежало, придано  
было, а вѣ вычипаніи складывается попо-  
му, что болѣе, нежели надлежало, выч-  
тено было.

#### ОПРЕДѢЛЕНІЕ X.

§. 31. *Умноженіе алгебраическое* (multi-  
plicatio algebraica) еѣ такое дѣйствіе,  
чрезѣ которое умножаемыя между собою  
количества, означенныя буквами, пишутѣ  
по



по порядку одно подѣ другимъ съ принадлежащими имъ знаками, и попомъ находящаго произведеніе оныхъ.

### ТЕОРЕМА III.

§. 32. Одинакіе знаки умножаемыхъ между собою количествъ въ произведеніи дѣлають  $+$ , а разные —.

#### ДОКАЗАТЕЛЬСТВО

Когда  $+$  на  $+$  умножается, то видно, что и произведеніе должно имѣть  $+$ . Равнымъ образомъ не трудно понять, что въ произведеніи долженъ быть знакъ —, когда  $+$  на — умножается, потому что недоспапокъ нѣсколько разъ берется. Но когда умножается — на —, то не весьма ясно кажется, для чего въ произведеніи былъ знакъ  $+$ , и потому надлежитъ примѣчать, что когда на пр.  $3 - 2$  умножаются на — 2, недоспапокъ — 2 столько разъ берется, сколько  $3 - 2$  единицъ имѣетъ, то есть, какъ въ семъ случаѣ одинъ разъ (§. 60. Ариѳ.). Но когда 3 съ начала умножается на — 2; то недоспапокъ — 2 возьмется при разѣ, и потому два раза чрезъ лишекъ; того ради должно его еще два раза назадъ придасть; и такъ — 2 на — 2 дѣлають въ произведеніи  $+$  4. Ч. н. д.



## ЗАДАЧА III.

§. 33. Умноживъ между собою количества, съ одинаковыми и разными знаками находящіяся.

## РѢШЕНІЕ.

Умножай между собою количества, означенныя буквами такъ, какъ проспыхъ чиселъ умноженіе въ Ариѳметикѣ дѣлано было, наблюдая при томъ только то, что одинакіе знаки въ произведеніи дѣлають  $+$ , а разные —. На пр.

$$\begin{array}{r}
 a + b - d \\
 a - b - d \\
 \hline
 -ad - bd + dd \\
 -ab - bb + bd \\
 \hline
 2a + ab - ad \\
 \hline
 aa - bb - 2ad + dd
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 10 = 8 + 4 - 2 \\
 2 = 8 - 4 - 2 \\
 \hline
 -16 - 8 + 4 \\
 -32 - 16 + 8 \\
 \hline
 64 + 32 - 16 \\
 \hline
 10 - 88 = 20 \\
 9 + 2 = 11 \\
 7 + 3 = 10 \\
 \hline
 27 + 6 \\
 63 + 14 \\
 \hline
 63 + 14 + 27 + 6 = 110
 \end{array}$$

## ОПРЕДѢЛЕНІЕ XI.

§. 34. Дѣленіе алгебраическое (divisio algebraica) есть такое дѣйствіе, чрезъ которое дѣлимыя между собою количества, означенныя буквами, пишущся по порядку съ принадлежащими имъ знаками, и попомъ находящіяся частное число оныхъ.



## ЗАДАЧА IV.

§. 35. Раздѣлишь между собою количества, съ одинаковыми и разными знаками находящіяся.

## РѢШЕНІЕ.

1. Когда одно данное количество можетъ дѣйствительно раздѣлено быть на другое, тогда поступай такъ, какъ при дѣленіи простыхъ чиселъ въ Ариѳметикѣ поступлено было, наблюдая при томъ только то, что одинакіе знаки въ частномъ числѣ дѣлають  $+$ , а разные —.

2. Еслилижъ дѣйствительнаго дѣленія учинить не можно будетъ; то въ такомъ случаѣ поступай такъ, какъ выше сего сказано (§. 8. и 9.). На пр.

$$\begin{array}{r}
 a-b-d \overline{)aa-bb-2ad+dd} \quad a+b-d \text{ частное число} \\
 \underline{aa-ab-ad} \phantom{+dd} \\
 +ab-bb-ad+dd \\
 \underline{+ab-bb-bd} \phantom{+dd} \\
 +bd-ad+dd \\
 \underline{+bd-ad+dd} \\
 0
 \end{array}$$

$$\frac{a+b}{c}, \text{ или } (a+b):c, \text{ или } \overline{a+b}:c$$

$$\begin{array}{r}
 b+d \overline{)a+b+ad+bc+cd} \quad a+c \\
 \underline{a+b+ad} \phantom{+bc+cd} \\
 \phantom{a+b+ad} bc+cd
 \end{array}$$



$$\begin{array}{r}
 bc \dagger cd \\
 bc \dagger cd \\
 \hline
 0 \\
 9 \dagger 2 \mid 63 \dagger 14 \dagger 27 \dagger 6 \mid 7 \dagger 3 \\
 \quad \mid 63 \dagger 14 \\
 \quad \hline
 \quad 27 \dagger 6 \\
 \quad 27 \dagger 6 \\
 \quad \hline
 \quad 0
 \end{array}$$

## ПРИМѢЧАНІЕ

§. 36. Поелику буквы, не какъ числа, не имѣютъ знаменованія по мѣсту, на коемъ находятся; по здѣсь нѣмѣ нужды наблюдать порядокъ, но можно искать частное число во всякомъ членѣ, въ которомъ найши его можно; что также можетъ служить въ вычитаніи и въ произведеніи изъ дѣлителя на частныя числа. На. пр.

$$\begin{array}{r}
 2a \dagger b - 2d \mid 4aa \dagger 4ab - 4ac - 14ad \dagger bb - 2bc - 7bd \dagger 4cd \dagger 1odd. \\
 \quad \mid 4aa \dagger 2ab - 4ac - 10ad \quad \mid 2a \dagger b - 2c - 5d. \\
 \hline
 2ab \quad - \quad 4ad \\
 2ab \quad \dagger bb - 2bc - 5bd \dagger 4cd \dagger 1odd \\
 \hline
 - 4ad \quad - \quad 2bd \\
 - 4ad \quad - \quad 2bd \\
 \hline
 0
 \end{array}$$



# ГЛАВА ТРЕТІЯ

о

Количество алгебраических, представленныхъ въ дробяхъ, или ломаныхъ числахъ.

## ОПРЕДѢЛЕНІЕ XII.

§. 37.

Количество алгебраическое, представленное въ дробяхъ (fractio algebraica) есть не что иное, какъ изображеніе геометрическаго содержанія.

## ПРИБАВЛЕНІЕ

§. 38. Почему въ алгебраическихъ дробяхъ такимъ же образомъ, какъ и въ Арифметикѣ, дѣлимое количество числителемъ (numerator) а дѣлящее количество знаменателемъ (denominator) называется. На. пр. а: b =

$$\frac{a}{b}$$

## ОПРЕДѢЛЕНІЕ XIII.

§. 39. Дробь, въ которой числитель къ знаменателю содержится, какъ часть къ цѣлому, называется собственною, или правильной (proptia). Дробь же, въ которой числитель къ своимъ знаменателямъ содержится, какъ цѣлое къ части, или какъ равное къ равному, именуется несовершенными, или неправильными (improptiae).



~~~~~

П Р И Б А В Л Е Н І Е 1.

§. 40. Изъ чего явствуетъ, что всякое алгебраическое количество, представленное въ дробѣ, имѣетъ свойство дѣленія, и обратно всякое дѣленіе алгебраическое пріемлетъ на себя свойство дѣленія.

П Р И Б А В Л Е Н І Е 2.

§. 41. И такъ тѣ дробѣ считаются равными (aequales), въ которыхъ числители къ своимъ знаменателямъ имѣютъ одинаковое содержаніе.

П Р И М Ѣ Ч А Н І Е.

§. 42. Поелику алгебраическія количества, представленные въ дробяхъ, во всѣхъ дѣйствіяхъ, то есть, въ сложеніи, вычитаніи, умноженіи и дѣленіи тѣмъ же правиламъ послѣдуютъ, какимъ въ Арифметикѣ послѣдовали ломаные числа; того ради одни токмо примѣры оныхъ здѣсь предложены бытъ имѣютъ.

З А Д А Ч А V.

§. 43. Привести къ одному знаменателю количества алгебраическія, представленные въ дробяхъ, кои имѣютъ разныхъ знаменателей.

Р ѣ ш е н і е.

Первой случай. Ежели даны будутъ двѣ дробѣ; то въ такомъ случаѣ числителя

и знаменателя первой дроби умножь на знаменателя второй, а числителя и знаменателя второй на знаменателя первой; дроби, изъ того произшедшія, будутъ имѣть одинакихъ знаменателей. На пр.

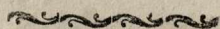
даны дроби $\frac{a}{b}$ и $\frac{c}{d}$, или $\frac{2}{3}$ и $\frac{3}{4}$; то приведемъ будущъ къ одному знаменателю слѣдующимъ образомъ;

$$\frac{a \times d}{b \times d} = \frac{a d}{b d} \quad c \times b = \frac{b c}{d \times b} = \frac{b c}{b d}$$

$$\frac{2 \times 4}{3 \times 4} = \frac{8}{12} \quad \frac{3 \times 3}{4 \times 3} = \frac{9}{12}$$

Второй случай. Если дано будетъ привести къ одному знаменателю нѣсколько дробей, на пр. $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}, \frac{e}{f}$; то 1) числителя и знаменателя первой дроби умножь на знаменателя второй и третьей, 2) числителя и знаменателя второй на знаменателя первой и третьей; 3) наконецъ числителя и знаменателя третьей на знаменателя первой и второй; дроби изъ того произшедшія, будутъ имѣть одинакихъ знаменателей. На пр.

$$\frac{a}{b}, \frac{c}{d}, \frac{e}{f} \quad \text{или} \quad \frac{2}{3}, \frac{1}{2}, \frac{2}{5}$$



$\underline{a \times d = a d \times f = a d f}$	$\underline{2 \times 2 = 4 \times 5 = 20}$
$\underline{b \times d = b d \times f = b d f}$	$\underline{3 \times 2 = 6 \times 5 = 30}$
$\underline{c \times b = b c \times f = b c f}$	$\underline{1 \times 3 = 3 \times 5 = 15}$
$\underline{d \times b = b d \times f = b d f}$	$\underline{2 \times 3 = 6 \times 5 = 30}$
$\underline{e \times b = b e \times d = b d e}$	$\underline{2 \times 3 = 6 \times 2 = 12}$
$\underline{f \times b = b f \times d = b d f}$	$\underline{5 \times 3 = 15 \times 2 = 30}$

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 44. Изъ чего явствуетъ, что чрезъ приведеніе дробей къ одному знаменателю не перемѣняется содержаніе оныхъ пошому, что въ такомъ случаѣ два члена одного и тогожъ содержанія умножаются на одно количество (§. 141. Ариф.).

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 45. Такимъже образомъ должно поступать, когда будетъ дано больше дробей, то есть, и въ такомъ случаѣ надлежитъ каждой дроби числителя и знаменателя умножать на знаменатели прочихъ всѣхъ дробей.

ЗАДАЧА VI.

§. 46. Сложивъ количества алгебраическія, представленные въ дробяхъ.

РѢШЕНІЕ.

1. Сперва приведи дроби къ одному знаменателю (§. 43.).

2. Подъ суммою числителей подпиши
общаго ихъ знаменателя; такимъ обра-
зомъ произойдетъ сумма данныхъ дробей.

На пр. дано $\frac{ab}{c}$ сложить съ $\frac{df}{g}$; то будетъ.

$$\begin{array}{l} \frac{ab}{c} \times g = \frac{abg}{cg} \\ \frac{df}{g} \times c = \frac{cdf}{cg} \\ g \times c = cg \end{array} \left\{ \begin{array}{l} abg + cdf \\ cg \end{array} \right. \text{сумма.}$$

Или въ числахъ $\frac{2}{3}$ сложить съ $\frac{3}{5}$; то будетъ.

$$\begin{array}{l} 2 \times 5 = 10 \\ 3 \times 5 = 15 \\ 3 \times 3 = 9 \\ 5 \times 3 = 15 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 10 + 9 \\ 15 \end{array} \right. \text{сумма.}$$

ЗАДАЧА VII

§. 47. Вычести количества алгебраиче-
скія, представленные въ дробяхъ.

РѢШЕНІЕ.

1. Сперва приведи данныя дроби къ
одному знаменателю (§. 43.).

2. Помѣмъ числителя одной дроби изъ
числителя другой вычтя, подпиши общаго
знаменателя; такимъ образомъ произой-
детъ данныхъ дробей разность. На. пр.

изъ $\frac{a}{b}$ вычести $\frac{c}{d}$; также въ числахъ изъ $\frac{3}{4}$
вычести $\frac{2}{3}$; то будетъ.

$$\begin{array}{lcl}
 \overline{a \times d} = \overline{ad} & & 3 \times 3 = 9 \\
 \overline{b \times d} = \overline{bd} & \left\{ \begin{array}{l} ad - bc \\ db \end{array} \right. & \left. \begin{array}{l} 4 \times 3 = 12 \\ 2 \times 4 = 8 \\ 3 \times 4 = 12 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 9 - 8 \\ 12 \end{array} \text{разность} \\
 \overline{c \times b} = \overline{bc} & & \\
 \overline{b \times d} = \overline{bd} & &
 \end{array}$$

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 48. Ежели случится составное алгебраическое количество, представленное въ дробяхъ съ цѣлыми, вычестъ изъ составнаго съ цѣлыми; то въ такомъ случаѣ сперва цѣлыя, при дробяхъ находящіяся, приведи въ неправильную дробь (§. 211. Аріѳ.), попомъ къ одному знаменателю (§. 43.) и наконецъ вычитай одну изъ другой

показаннымъ образомъ. На пр. изъ 2 у $\frac{b b}{f}$

вычестъ $a - \frac{c x}{d}$; то будетъ

$$\begin{array}{lcl}
 2 y \times f = 2 y f + b b & & \\
 \quad \quad \quad f & & \\
 a \times d = a d - c x & & \\
 \quad \quad \quad d & &
 \end{array}
 \left\{ \begin{array}{l} \text{цѣлыя, при дробяхъ} \\ \text{находящіяся, приве-} \\ \text{дены въ неправиль-} \\ \text{ную дробь.} \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{lcl}
 \frac{2 y f + b b}{f} \times d = \frac{2 y f d + b b d}{f} & & \\
 \frac{a d - c x}{d} \times f = \frac{a d f - c f x}{d} & & \\
 \frac{2 y f d + b b d}{d} - \frac{a d f - c f x}{d} & &
 \end{array}
 \left\{ \begin{array}{l} \text{дроби приведены къ} \\ \text{одному знаменате-} \\ \text{лю.} \end{array} \right.$$

$\frac{2 y f d + b b d - a d f + c f x}{d f}$ разность

ЗАДАЧА VIII.

§. 49. Умножить между собою количества алгебраическія, представленные въ дробяхъ.

РѢШЕНІЕ.

Первой случай. Ежели будутъ даны дроби безъ цѣлыхъ; то числителя одной на знаменателя другой умножь, произойдетъ изъ того желаемое произведение данныхъ дробей. На пр. $\frac{a}{b}$ умножь на $\frac{c}{d}$; то будетъ.

$$\frac{a \times c}{b \times d} = \frac{ac}{bd} \quad \text{произведение}$$

Второй случай. Ежели при дробяхъ будутъ находишься цѣлыя; то въ такомъ случаѣ, приведши цѣлыя въ неправильную дробь (§. 21. Ариф.), умножь показаннымъ образомъ, и произойдетъ желаемое произведение. На пр. $\frac{bx}{a}$ — у умножь на $\frac{bx}{a} \div y$; то будетъ

$$\frac{bx - ay}{a} \times \frac{bx \div ay}{a} = \frac{bbxx - bxaу \div bxaу - aaуу}{aa}$$

или $\frac{bbxx - aaуу}{aa}$ (§. 21 и 22.) произведение.

Также въ числахъ $\frac{3}{7}$ умножь на $\frac{2}{7}$; то будетъ

$\frac{3}{7} \times = \frac{4}{7} \frac{12}{37}$ произведение
или $5 \frac{3}{4}$ умножить $7 \frac{5}{8}$; то будетъ
 $5 \frac{4}{8} = \frac{23}{4} - \frac{23}{4} \times \frac{47}{8} = -\frac{1081}{32}$ произведение
 $7 \frac{5}{8} = \frac{47}{8}$

ЗАДАЧА IX.

§. 50. Раздѣлить между собою количе-
ства алгебраическія, представленныя въ
дробяхъ.

РѢШЕНІЕ

1. Числителя дѣлимой дроби умножь
на знаменателя дѣлящей, произведение
изъ этого будетъ числитель частнаго числа.

2. Знаменателя дѣлимой дроби умножь
на числителя дѣлящей, произведение изъ
этого будетъ знаменатель частнаго числа.

На. пр. $\frac{a}{b}$ раздѣлить на $\frac{c}{d}$; то будетъ

$$\frac{a \times d = ad}{b \times c = bc} \text{ частное число}$$

Въ числахъ $\frac{3}{4}$ раздѣлить на $\frac{2}{5}$; то будетъ

$$\frac{3 \times 5 = 15}{4 \times 2 = 8} \text{ частное число.}$$

Также $\frac{ab - ce}{d}$ должно раздѣлить на $\frac{aa}{c}$; то

будетъ

$$\frac{ab - ce \times c = abc - cce}{d \times aa = aad} \text{ частное число.}$$

ГЛАВА ЧЕТВЕРТАЯ

о

Свойствъ степеней и иррациональныхъ ко-
личествъ

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XIV.

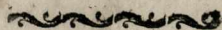
§. 51.

Когда какое количество будетъ умножено само на себя; то произшедшее изъ того произведение называется *вторая степень* (secunda potentia, vel dignitas), или *квадратъ* (quadratum) того количества. Когдажъ вторая степень умножится на первую; то изъ того происходитъ *третья степень* (tertia potentia, vel dignitas), или *кубъ*, (cubus); умноживъ третью на первую, получишь *четвертую степень* (quartam potentiam, vel dignitatem), или *веквадратъ* (biquadratum); а изъ умноженія четвертой степени на первую происходитъ *пятая степень* (quinta potentia, vel dignitas), или *суперсолидъ* (supersolidus) и такъ далѣе. Первоначальноежъ количество именуется *первою степенью* (prima potentia, vel dignitas), или *радиксомъ* (radix) той, или другой степени.

ПОЛОЖЕНІЕ VII.

§. 52. Возвышенное количество въ такую, или другую степень означается цифрою. На пр. еслии будетъ изображено

а



a^2 ; по значить, что количество a возвышено во вторую степень; когдажъ a^3 , тогда значить, что количество a находится въ третьей степени; а когда a^4 , тогда въ четвертой; и такъ далѣе.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XV.

§. 53. Числа надписанныя надъ количествами называющіяся *указателями*, или *знаменателями* (exponentes) степеней. На пр. надъ количествомъ x^3 , число 3 надписанное есть знаменитель, или указатель той степени, въ какую то количество возвышено, то есть, показываетъ оно, что количество x находится въ третьей степени. Когдажъ какое количество не будетъ имѣть надписаннаго знаменителя, тогда почитается оно находящимся въ первой степени.

ПРИМѢЧАНІЕ

§. 54. Если какое количество будетъ изображено такимъ образомъ x^n , то сіе означаетъ, что изъ количества x не можно извлечь полного, или совершеннаго радикала.

ПРИБАВЛЕНІЕ I.

§. 55. Изъ чего явствуетъ, что когда должно будетъ одну степень на другую умножить, тогда складываются только ихъ знаменители (§. 288. Ариф.). На пр.

$$\begin{array}{r}
 \overset{3}{x} \\
 \overset{4}{x} \\
 \hline
 \overset{7}{x}
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 \overset{m}{y} \\
 \overset{r}{y} \\
 \hline
 \overset{m+r}{y}
 \end{array}$$

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 56. Напрощивъ того когда должно будетъ одну степень раздѣлить на другую, тогда надлежитъ только знаменателей ихъ между собою вычисъ (§. 292. Ариѳ.). На пр.

$$\begin{array}{ccccccc}
 \overset{5}{a} & \overset{2}{:} & \overset{3}{a} & \overset{m+r}{:} & \overset{n}{x} & \overset{m}{:} & \overset{n}{x} \\
 a & : & a = a & ; & x & : & x = x
 \end{array}$$

ПРИБАВЛЕНІЕ 3.

§. 57. Наконецъ, ежели какую степень, взяшую за радикасъ, надобно будетъ возвысить въ другую степень, въ такомъ случаѣ надлежитъ только умножить знаменателя первой степени на знаменателя другой. На пр. ежели количество x^3 , находящееся въ третьей степени, надобно возвысить въ четвертую степень; то умножь только 3 на 4, и получишь желаемое, то есть, $x^7 = x$.

ПРИБАВЛЕНІЕ 4.

§. 58. Слѣдовательно, когда изъ данной степени должно будетъ извлечь пребуемой радикасъ, надлежитъ только зна-

В мена-



менашеля ея раздѣлишь на знаменашеля той степени, коей радикасъ пребуется, то есть, для квадрашнаго радикаса должно раздѣлишь на 2, для кубическаго на 3, для биквадрашнаго на 4, и такъ далѣе.

На пр. радикасъ квадрашной изъ a^6 есть $a^{\frac{6:2}{6}} = a^1$,
радикасъ кубической изъ a^6 есть $a^{\frac{6:3}{6}} = a^1$; и проч.

П Р И Б А В Л Е Н И Е 5.

§. 59. Изъ чего явствуетъ, что радикасы количествъ принимаемы быть могутъ за такія степени, коихъ знаменатели суть дроби (§. 204. Ариѳ.).

П О Л О Ж Е Н И Е VIII.

§. 60. Знакъ радикальной такой же издѣсь, какой въ Ариѳметикѣ, употребляется.

На пр. $\sqrt[3]{x}$ значить, что изъ количества x должно извлечь кубической радикасъ.

О П Р Е ДѢ Л Е Н И Е XVI.

§. 61. *Радикальныя*, (radicales) *несоизмѣримыя*, (incommensurabiles), *ирраціональныя*, (irracionales) и *глухія количества* (surdae quantitates) суть тѣ, изъ которыхъ настоящаго радикаса желаемой степени извлечь не можно.

П Р И МѢ Ч А Н И Е I.

§. 62. Такіе радикасы обыкновенно, какъ бы настоящіе и истинные, поставляются подѣ

подѣ знакомѣ радикальнымѣ. На пр. $\sqrt[3]{2}$, $\sqrt[3]{3}$, $\sqrt[4]{15}$ и проч. Напротивѣ того шѣ радикасы, кои извлечены бышѣ могутѣ безѣ ошпапка изѣ данныхѣ количествѣ, на пр. $\sqrt[3]{16}$, или $\sqrt[3]{27}$, поспавляюща безѣ радикальнаго знака, такимѣ образомѣ : 4, или 3.

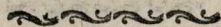
ПРИМѢЧАНІЕ 2.

§. 63. Ежели несоизмѣримое количество, возвышенное въ какую нибудь степень, будетѣ имѣшѣ надписаннаго знаменателя степени, равнаго числу, надѣ знакомѣ радикальнымѣ надписанному ; то въ такомѣ случаѣ никакой перемѣны не произойдетѣ изѣ того, когда оно безѣ надписаннаго знаменителя степени поспавлено. будетѣ предѣ знакомѣ радикальнымѣ. На пр. вмѣсто $\sqrt[3]{a^3b^3}$ можно поспавить $a^3\sqrt[3]{b}$

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 64. Изѣ чего явствуетѣ, что несоизмѣримыя количества могутѣ приведены бышѣ въ простѣйшей видѣ. На пр. вмѣсто $\sqrt[3]{a^2b}$, можно поспавить $a\sqrt[3]{b}$ (§. 63.). Также въ числахѣ: вмѣсто $\sqrt[3]{12} = \sqrt[3]{4} \times \sqrt[3]{3}$ можно поспавить $2\sqrt[3]{3}$, вмѣсто $\sqrt[3]{54} = \sqrt[3]{2} \times \sqrt[3]{27}$ можно поспавить

В 2



вишь $3\sqrt[3]{2}$, вмѣсто $\sqrt[3]{72} = \sqrt[3]{8} \times \sqrt[3]{9}$ можно поставишь $2\sqrt[3]{9}$, такожь вмѣсто $\sqrt[3]{50} = \sqrt[3]{25} \times \sqrt[3]{2}$ можно поставишь $5\sqrt[3]{2}$ и вмѣсто $\sqrt[3]{18} = \sqrt[3]{9} \times \sqrt[3]{2}$ можно поставишь $3\sqrt[3]{2}$, и такъ далѣе.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 65. Такія количесва, какъ два послѣднія, на пр. $5\sqrt[3]{2}$ и $3\sqrt[3]{2}$, почитаются *соизмѣримыми* (*commensurables*) между собою, по елику оныя какъ послѣ знаковъ радикальныхъ оказываются одинаковыми, такъ и знакъ радикальной имѣютъ одинакой. Называются жѣ въ особливости соизмѣримыми между собою потому, что содержаніе оныхъ по крайней мѣрѣ въ числахъ изображено бышь можетъ; ибо оныя содержатся между собою, какъ 5 : 3.

ЗАДАЧА X.

§. 66. Привести къ одному наименованію ирраціональныя количесва разнаго наименованія.

РѢШЕНІЕ.

Положимъ, что должно привести къ одному наименованію количесва $\sqrt[m]{x^n}$ и $\sqrt[s]{y^r}$; то, поелику $\sqrt[m]{x^n} = x^{\frac{n}{m}}$ и $\sqrt[s]{y^r} = y^{\frac{r}{s}}$ (§. 58.), разность наименованія зависишь отъ раз-

ныхъ

ныхъ знаменателей, знаменателижъ нѣ-
что иное супъ, какъ дробѣ (§. 59.), ко-
порыя въ другія имъ равныя, но подѣ
однимъ знаменателемъ состоящія приве-
дены бытъ могутъ (§. 222. Ариѳ.); слѣ-
довательно количества ирраціональныя при-
водящяся къ одному наименованію чрезъ
приведеніе знаменателей ихъ къ одному
наименованію. ч. н. с. и. д.

Положимъ, что должно привести ко-

$$\begin{array}{c} n:m \\ x \end{array} \text{ и } \begin{array}{c} r:s \\ y \end{array} \text{ къ одному наименованію;}$$

$$\begin{array}{c} ns:ms \\ \text{то будутъ} \end{array} \text{ приведены } x \text{ и } y, \text{ или}$$

$$\begin{array}{c} n:m \\ x \end{array} = \sqrt[n]{x^{ns}} \text{ и } \begin{array}{c} r:s \\ y \end{array} = \sqrt[r]{y^{mr}}; \text{ также } \sqrt[2]{2} =$$

$$\begin{array}{c} 1:2 \\ 2 \end{array} \text{ и } \sqrt[5]{5} = \begin{array}{c} 6:3 \\ 5 \end{array} \text{ будутъ приведены } \begin{array}{c} 6:2 \\ 2 \end{array} \text{ и } \begin{array}{c} 6:2 \\ 5 \end{array},$$

$$\text{то есть, } \sqrt[6]{2} \text{ и } \sqrt[6]{5}, \text{ или дѣйствительно}$$

$$\text{возвысивъ въ третью и во вторую степень,}$$

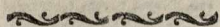
$$\text{будешь имѣть } \sqrt[6]{8} \text{ и } \sqrt[6]{25}.$$

ЗАДАЧА XI.

§. 67. Изобразить просиѣ ирраціональ-
ныя количества.

РѢШЕНІЕ.

Хотя выше сего (§. 64.) и упомяну-
то было, что ирраціональныя количества
могутъ приведены бытъ въ просиѣйшей
В 3 видъ;



видѣ; однако здѣсь обстоятельство о томъ предлагается; то есть.

1. Находящееся подѣ знакомѣ радикальнымѣ количество раздѣли на равную радикаловому знаку степень, на пр. на кубѣ, когда ирраціональное количество будетѣ кубической радикалѣ; еслилиж сего учинишь не возможно; то почиташь, что количество ирраціональное простѣ изображено бытъ не можетѣ.

2. Частное число поставь подѣ знакомѣ радикальнымѣ и предѣ онымѣ, вмѣсто множителя, радикалѣ той степени, на которую дѣлилѣ. На пр. $\sqrt[3]{24} = \sqrt[3]{8} \times 3 = 2\sqrt[3]{3}$; $\sqrt[4]{18} = \sqrt[4]{9} \times 2 = 3\sqrt[4]{2}$; $\sqrt[4]{48} = \sqrt[4]{16} \times 3 = 2\sqrt[4]{3}$.

ПРИВАВЛЕНИЕ 1.

§. 68. Ежели ирраціональныя количества одной степени, въ простѣйшій видѣ приведенныя, подѣ знаками радикальными составяшѣ одинакое количество; то оныя будущѣ содержаться между собою, какѣ раціональныя количества, предѣ знаками находящіяся; слѣдовательно ирраціональныя количества могутѣ бытъ соизмѣримыя между собою. На пр. $\sqrt{8} = \sqrt{4} \times \sqrt{2}$

$\sqrt[4]{4} \times 2 = 2\sqrt[4]{2}$, и $\sqrt[4]{18} = \sqrt[4]{9} \times 2 = 3\sqrt[4]{2}$; по чему $2\sqrt[4]{2} : 3\sqrt[4]{2} = 2 : 3$. (§. 65.).

П Р И Б А В Л Е Н І Е 2.

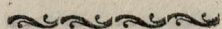
§. 69. И такъ количество отъ части раціональное, отъ части ирраціональное приводится въ точное ирраціональное, когда оно возвышается въ такую степень, какую показываетъ надписанной надъ знакомъ радикальнымъ знаменатель, и притомъ оная степень умножись на количество, подъ знакомъ радикальнымъ находящееся. На пр. $\sqrt[5]{3} = \sqrt[5]{25} \times 2 = \sqrt[5]{50}$, и $\sqrt[5]{3} = \sqrt[5]{125} \times 3 = \sqrt[5]{375}$

П Р И М Ъ Ч А Н І Е.

§. 70. Ежели захочешь сыскать то, какимъ бы образомъ можно было узнать при рѣшеніи, дѣлится ли количество, подъ знакомъ радикальнымъ находящееся, на какую желаемую степень, или нѣтъ, и какая та будетъ степень? то въ такомъ случаѣ должно раздѣлить оное количество на дѣлители, между коими непременно должны имѣть мѣсто всѣ степени, начиная отъ первой до желаемой. На пр. спрашивается, количество $\sqrt[4]{368}$ можетъ ли

В 4

раз-



раздѣлился на четвертую степень; по числу 368 разбивъ на его дѣлители, на пр-

2	-	-	-	184
4	-	-	-	92
8	-	-	-	46
16	-	-	-	23

Отвѣдывая дѣленіе чрезъ меньшія числа, и частныя большія числа съ боку замѣчая, найдешь 2 первую степень, 4 вторую степень, 8 третью степень и 16 четвертую степень; слѣдовательно 16 есть искомой дѣлитель, и пошому $\sqrt[4]{368} = 2\sqrt[4]{23}$.

ЗАДАЧА XII.

§. 71. Сложивъ ирраціональныя количества, или одно изъ другаго вычешь.

РѢШЕНІЕ

1. Ежели количества ирраціональныя будутъ соизмѣримыя; по складываются, или вычитаются только числа, предъ знакомъ радикальнымъ находящіяся. На пр.

$$4\sqrt{6} + 3\sqrt{6} = 7\sqrt{6} \text{ сумма.}$$

$$7\sqrt{6} - 3\sqrt{6} = 4\sqrt{6} \text{ разность.}$$

$$\text{Также } \sqrt{8} + \sqrt{18} = \sqrt{4 \times 2} + \sqrt{9 \times 2} = 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 5\sqrt{2} = \sqrt{25 \times 2} = \sqrt{50} \text{ сумма.}$$

$$\sqrt[3]{24} + \sqrt[3]{81} = \sqrt[3]{8 \times 3} + \sqrt[3]{27 \times 3} = 2\sqrt[3]{3} + 3\sqrt[3]{3} = 5\sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{125 \times 3} = \sqrt[3]{375} \text{ сумма,}$$

Или

или $\sqrt{18} - \sqrt{8} = \sqrt{9} \times 2 - \sqrt{4} \times 2 = 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = \sqrt{2}$ разность.

и $\sqrt[3]{375} - \sqrt[3]{81} = 5\sqrt[3]{3} - 3\sqrt[3]{3} = 2\sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{8} \times 3 = \sqrt[3]{24}$ разность.

2. Еслилижъ количества будутъ несоизмѣримыя; то сложеніе и вычитаніе начинается знаками $+$ и $-$. На пр. количества $\sqrt{7} \times \sqrt{5}$, поелику суть несоизмѣримыя, будетъ сумма $\sqrt{7} + \sqrt{5}$; оныхъже разность $= \sqrt{7} - \sqrt{5}$.

3. Равнымъ образомъ надлежитъ поступать, когда будутъ даны составныя ирраціональныя количества. На пр.

$$\begin{array}{r} 4\sqrt{3} - 5\sqrt{2} + 7\sqrt{7} + 8\sqrt{5} \\ \sqrt{3} + 9\sqrt{2} + 3\sqrt{7} - 4\sqrt{5} \\ \hline \end{array}$$

$5\sqrt{3} + 4\sqrt{2} + 10\sqrt{7} + 4\sqrt{5}$ сумма.

то есть, $\sqrt{25} \times 3 + \sqrt{16} \times 2 + \sqrt{100} \times 7 + \sqrt{16} \times 5$.

или $\sqrt{75} + \sqrt{32} + \sqrt{700} + \sqrt{80}$.

$$\begin{array}{r} 5\sqrt{2} - 7\sqrt{3} + 8\sqrt{10} \\ 3\sqrt{2} + 5\sqrt{3} - 9\sqrt{10} \\ \hline \end{array}$$

$2\sqrt{2} - 12\sqrt{3} + 17\sqrt{10}$ разность.

то есть $\sqrt{4} \times 2 - \sqrt{144} \times 3 + \sqrt{289} \times 10$.

или $\sqrt{8} - \sqrt{432} + \sqrt{2890}$.

ЗАДАЧА XIII.

§. 72. Умножишь и раздѣлишь между собою ирраціональныя количества.

РѢШЕНІЕ

1. Для сысканія произведенія ирраціональныхъ количествъ, умножь, а для сысканія частнаго числа оныхъ, раздѣли количества, предъ знакомъ радикальнымъ и подъ онымъ находящіяся, и въ первомъ случаѣ предъ произведеніемъ, а во второмъ предъ частнымъ числомъ поставь тотъ же радикальной знакъ съ его знаменателемъ.

2. Еслилижь радикальныя количества будутъ разнаго наименованія: то прежде умноженія, или дѣленія, приведи оныя къ одному наименованію (§. 66.), и, ежели можно, изобрази простѣе (§. 67.). На пр.

$$\sqrt{3} \times \sqrt{2} = \sqrt{6} \text{ произведеніе.}$$

$$\text{Также } 2\sqrt{3} \times 4\sqrt{3} = 8\sqrt{9} = \sqrt{64 \times 9} = \sqrt{576} = 24 \text{ произв.}$$

$$\begin{array}{r} \sqrt{3} + \sqrt{2} \\ \sqrt{3} - \sqrt{2} \\ \hline - \sqrt{6} - \sqrt{4} \\ \sqrt{9} + \sqrt{6} \end{array} \qquad \begin{array}{r} \sqrt{2} + \sqrt{3} \\ \sqrt{2} + \sqrt{3} \\ \hline \sqrt{6} + \sqrt{9} \\ \sqrt{4} + \sqrt{6} \end{array}$$

$$3 \text{ ————— } 2 = 1 \text{ произв. } 2 + \sqrt{6} + 3 \text{ произв.}$$

$$7\sqrt{3} - 5\sqrt{2}$$

$$5\sqrt{8} + 3\sqrt{6}$$

$$+ 21\sqrt{18} - 15\sqrt{12}$$

$$35\sqrt{24} - 25\sqrt{16}$$

$$35\sqrt{24} + 21\sqrt{18} - 15\sqrt{12} - 25\sqrt{16}.$$

$$\text{Но поелику } (35\sqrt{24} - 25\sqrt{16}) = 100;$$

то будетъ $35\sqrt{24} + 21\sqrt{18} - 15\sqrt{12} - 100$
произвед.

$$\sqrt{8} : \sqrt{2} = \sqrt{4} = 2 \text{ частное число.}$$

$$\sqrt{12} : \sqrt{6} = \sqrt{2} \text{ частное число.}$$

$$\sqrt{48} : \sqrt{12} = \sqrt{4} = 2 \text{ частное число.}$$

$$\text{или } \sqrt{48} = \sqrt{16 \times 3} = 4\sqrt{3} \text{ и } \sqrt{12} \\ = \sqrt{4 \times 3} = 2\sqrt{3};$$

и пошому $4\sqrt{3} : 2\sqrt{3} = 2$ частное число.

ГЛАВА ПЯТАЯ

о

Алгебраическомъ составленіи квадратовъ и кубовъ и извлеченіи изъ оныхъ квадратныхъ и кубическихъ радикаловъ.

ЗАДАЧА IV.

§. 73.

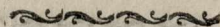
Найти свойство квадрата, то есть, составить квадратъ алгебраическимъ образомъ.

РѢШЕНІЕ.

1. Возьми двучасной радикалъ, то есть, состоящей изъ двухъ членовъ, на пр. $a + b$.

2. Оной умножь самъ на себя, то произшедшее изъ того произведение будетъ квадратъ, то есть, видно будетъ свойство и составленіе квадрата. На пр.

а



$$\begin{array}{r}
 a + b \\
 a + b \\
 \hline
 ab + b^2 \\
 a^2 + ab \\
 \hline
 a^2 + 2ab + b^2 \text{ квадратъ.}
 \end{array}$$

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 74. Изъ самаго дѣйствія видно, какимъ образомъ сосоставляется квадратъ и что оной въ себѣ заключаетъ, то есть, квадратъ изъ двучаспнаго радикаса произшедшій заключаетъ въ себѣ квадраты обѣихъ часпей и сверхъ того произведеніе изъ первой, или изъ второй часпи, взятое дважды и умноженное на вторую, или на первую часпь.

ЗАДАЧА XV.

§. 75. Извлечь алгебраическимъ образомъ квадратной радикасъ изъ даннаго квадрата.

РѢШЕНІЕ.

1. Квадратъ первой часпи, на пр a^2 опними отъ прочихъ двухъ членовъ и его радикасъ а поставь на мѣстѣ часпнаго числа.

2. Найденное частное число возьми дважды, на пр. $2a$ и поставь вмѣсто дѣлителя, коюрой опнявъ, получишь вторую часпь радикаса, на пр. b .

3. Наконецъ найденную вторую часть радикаса взявъ квадратно, на пр. b^2 , вычти изъ послѣдняго члена, и произойдетъ желаемой квадратной радикасъ. На пр.

$$\begin{array}{r|l}
 a^2 + 2ab + b^2 & a + b \text{ квадратной} \\
 a^2 & \text{радикасъ.} \\
 \hline
 2a & \\
 2a & | \quad 2ab + b^2 \\
 & \underline{2ab + b^2} \\
 & 0
 \end{array}$$

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 76. Равнымъ образомъ должно поступать, когда квадратъ будетъ составленъ изъ радикаса, состоящаго изъ трехъ, чепырехъ, или болѣе частей: только то припомъ должно наблюдать, что двѣ, или три и проч. найденныя части радикаса принимающіяся при извлеченіи за одну, какъ то яснѣе видѣть можно изъ слѣдующаго примѣра:

$$\begin{array}{r}
 a + b + c \\
 a + b + c \\
 \hline
 a^2 + b^2 + c^2 \\
 ab + b^2 + bc \\
 a^2 + ab + ac \\
 \hline
 a^2 + 2ab + b^2 + 2ac + 2bc + c^2
 \end{array}$$

○

§ 77. Найпи свойство куба, по еспѣ, составивъ кубъ алгебраическимъ образомъ.

1. Возьми двучасный радикаль, то есть, состоящий изъ двухъ членовъ, на пр. $a + b$.

2. Умножь оной самъ на себя ; то произойдетъ квадрапъ.

3. Квадрапъ умножь еще на свой радикасъ , и произойдетъ кубъ , то есть , видно будетъ свойство и составленіе куба. На пр.

$$\begin{array}{r}
 a \dagger b \\
 a \dagger b \\
 \hline
 a b \dagger b^2 \\
 a^2 \dagger a b \\
 \hline
 a^2 \dagger 2 a b \dagger b^2 \\
 a \dagger b \\
 \hline
 a^2 b \dagger 2 a b^2 \dagger b^3 \\
 a^3 \dagger 2 a^2 b \dagger a b^2 \\
 \hline
 a^3 \dagger 3 a^2 b \dagger 3 a b^2 \dagger b^3 \text{ кубъ.}
 \end{array}$$

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 78. Изъ самаго дѣйствія видно , какимъ образомъ составляется кубъ и что оной въ себѣ заключаетъ ; то есть , кубъ изъ двучастнаго радикаса произшедшій заключаетъ въ себѣ кубы обѣихъ частей и сверхъ того квадрапъ первой части взятой прижды и умноженной на вторую часть , и квадрапъ второй части взятой прижды и умноженной на первую часть.

ЗАДАЧА XVII.

§. 79. Извлечь алгебраическимъ образомъ кубической радикасъ изъ даннаго куба.

РѢ-

РѢШЕНІЕ.

1. Кубъ первой части, на пр. a^3 отнявъ отъ чепырехъ членовъ, радикасъ его поставъ на мѣстѣ частнаго числа.

2. Найденнаго частнаго числа взявъ квадратъ прижды и поставивъ оной вмѣстѣ дѣлишеля, умножь на вторую часть радика на пр. на b .

3. Произшедшее изъ того произведение отними отъ трехъ членовъ.

4. Квадратъ второй части радика взявъ прижды умножь на первую часть радика, и произведение изъ того отними отъ двухъ членовъ.

5. Наконецъ взявъ кубъ второй части, отними оной отъ послѣдняго члена, и произойдетъ желаемой радикасъ. На пр.

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{c} \overset{3}{a} + \overset{2}{3}ab + \overset{2}{3}ba + \overset{3}{b} \\ \hline \overset{3}{a} \end{array} \bigg| \begin{array}{c} \overset{3}{a} + \overset{2}{3}ab + \overset{2}{3}ba + \overset{3}{b} \\ \hline \overset{3}{a} \end{array}
 \end{array}$$

О

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 80. Равнымъ образомъ должно поступать, когда кубъ будетъ составленъ изъ радика, состоящаго изъ трехъ, чепы-

ЗАДАЧА XVIII.

§. 81. Найди свойство биквадрата, то есть, возвысить количество въ четвертую степень алгебраическимъ образомъ.

РѢШЕНІЕ

1. Возьми двучастной радикасъ, то есть, состоящій изъ двухъ членовъ, на пр. $a \pm b$.

2. Оной умножь самъ на себя, то произойдетъ квадратъ.

3. Квадратъ умножь на свой радикасъ, и произойдетъ кубъ, или третья степень (§. 51.).

4. Наконецъ кубъ умножь еще на свой радикасъ, и произойдетъ биквадратъ, или четвертая степень (§. 51.). На пр.

$$\begin{array}{r}
 a \pm b \\
 a \pm b \\
 \hline
 a^2 \pm 2ab \pm b^2 \quad \text{квадратъ} \\
 a \pm b \\
 \hline
 a^3 \pm 3a^2b \pm 3ab^2 \pm b^3 \quad \text{кубъ} \\
 a \pm b \\
 \hline
 a^4 \pm 4a^3b \pm 6a^2b^2 \pm 4ab^3 \pm b^4 \quad \text{биквадратъ.}
 \end{array}$$

ПРИ-

ПРИМѢЧАНІЕ

§. 82. Изъ самаго дѣйствія и сосшавленія биквадрата явствуетъ, что оной заключаеѣ въ себѣ биквадратѣ первой части и биквадратѣ второй части, также кубѣ первой части, взятой чѣтырежды и умноженной на вторую часть, и кубѣ второй части, взятой чѣтырежды и умноженной на первую часть, и сверхъ того квадратѣ первой, или второй части, взятой шесть разѣ и умноженной или на вторую, или на первую часть.

ЗАДАЧА XIX.

§. 83. Извлечь алгебраическимъ образомъ биквадратной радикасъ изъ даннаго биквадрата, или изъ количества возвышеннаго въ чѣтвертую степень.

РѢШЕНІЕ

Когда знаешь, изъ сколькихъ и какихъ точно частей состоитъ биквадратѣ; то не трудно будетъ и вынуть изъ онаго то, что оно въ себѣ заключаеѣ. На пр.

$$a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4 \mid a + b$$

$$\begin{array}{r} 4a^3 \mid 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4 \\ \hline 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4 \\ \hline 0 \end{array}$$

ЗАДАЧА XX.

§. 84. Показать способъ премѣненія, или предложенія нѣсколькихъ количествъ.

РѢШЕНІЕ

Сперва возьми двѣ буквы, попомѣ при, чепыре, или больше, и опвѣдывай, сколько разъ оныя могутъ предложены быть, и узнаешь, что число предложенія количествъ, означенныхъ буквами, есть не что иное, какъ произведение всѣхъ единицъ, изъ коихъ оное количество состоитъ. На пр.

Вмѣсто а в можно поставитъ в а, и попому двѣ буквы могутъ предложены быть только дважды, попому что $1 \cdot 2 = 2$.

Вмѣсто а в с можно поставитъ: в с а, в а с, с а в, с в а, а с в, а в с, то есть, три буквы могутъ предложены быть шесть разъ, попому что $1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$.

Вмѣсто а в с д можно поставитъ:
 а в с д, в с д а, с д а в, д а в с, д с в а, с в а д,
 в а д с, а д с в, а д в с, в с а д, а с в д, в д а с,
 с д в а, в д с а, с а в д, д в с а, а с д в, д в а с,
 с а д в, с в д а, д с а в, а в д с, в а с д, д а с в.

То есть, чепыре буквы могутъ предложены быть двашца чепыре раза, попому что $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$. И такъ далѣ.

буквы

буквы число преложен.

5 - - - - 120

6 - - - - 720

7 - - - - 5040

8 - - - 40320

9 - - - 362880

10 - - - 3628800 и проч.

ГЛАВА ШЕСТАЯ.

о

Изобрѣтеніи и припеденіи срапненій.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XVII.

§. 85.

Срапненіе (aequatio) есть сношеніе между собою двухъ равныхъ количествъ.

ЗАДАЧА XXI.

§. 86. Привести данную задачу въ срапненіе.

РѢШЕНІЕ

1. При всякой задачѣ должно приниматьъ въ разсужденіе при обстоятельстве, и оныя весьма различать между собою: 1) количества извѣстныя, или данныя; 2) количества неизвѣстныя и 3) взаимное отношеніе между извѣстными и неизвѣстными количествами.

2. Для удобнѣйшаго различенія извѣстныхъ количествъ отъ неизвѣстныхъ,



извѣстные количества первыми азбучными буквами, на пр. а, в, с и проч. а неизвѣстные послѣдними, на пр. х, у, з означаются.

3. Иногда извѣстное, или неизвѣстное количество означается начальною буквою того имени, какимъ оно называется, на пр. Сумма (summa) чрезъ s, а разность (differentia) чрезъ d.

4. Когда неизвѣстные количества сравниваются съ извѣстными такимъ образомъ, что означивъ одно изъ нихъ, прочія чрезъ сравненіе съ извѣстными познаются; то въ такомъ случаѣ довольно бываетъ и одной буквы для означенія неизвѣстныхъ количествъ. На пр. ежели разность неизвѣстныхъ количествъ дана; то она будучи приложена къ мѣньшему количеству производитъ большее.

5. По означеніи извѣстныхъ и неизвѣстныхъ количествъ, надлежитъ разсуждать о томъ, какое оныя имѣютъ взаимное между собою отношеніе, чтобъ изъ сравненія ихъ можно было произвести два равныя количества; ибо сѣи, знакомъ равенства между ими поставленнымъ будучи соединены, составляютъ сравненіе.

6. Спратся при томъ надлежитъ, чтобъ въ сравненіи всѣ количества извѣстные и неизвѣстные были соединены.

7 Наконецъ, когда будетъ много неизвѣстныхъ количествъ, означенныхъ особливими буквами; въ такомъ случаѣ должно составлять столько сравненій, сколько находится неизвѣстныхъ количествъ. На пр.

Дана сумма и разность двухъ количествъ, требуется найти самыя тѣ количества.

Положимъ, что сумма тѣхъ количествъ $= a$, разность оныхъ $= d$, большее количество $= y$, меньшее $= x$; то здѣсь можно вывести двоякое количество отношеніе, то есть, въ разсужденіи суммы и въ разсужденіи разности ихъ, потому что два неизвѣстныхъ количества, вмѣстѣ взявъ, суть равны суммѣ; следовательно

$$a = y + x$$

Когдажъ меньшее количество вычтемъ изъ большаго; то остатокъ будетъ равенъ разности; и потому

$$d = y - x$$

Удобнѣежъ здѣлаешь наименованіе количествъ, когда вмѣсто большаго количества приложишь къ меньшему разность; ибо извѣстно, что меньшее количество, будучи сложено съ разностью, составляетъ большее (§. 54. Аріѳ.); почему

$$a = x + d + x$$

$$\text{или } a = 2x + d$$

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XVIII.

§. 87. Членами срапненія (*membra aequationis*) называются самыя количества, соединенныя между собою знакомъ равенства. На пр а есть первой членъ, $2x + d$, второй членъ срапненія.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XIX.

§. 88. Сравненіе, по числу измѣреній неизвѣснаго количества, есть, или простое (*simplex*), когда неизвѣстное количество будетъ первая степень, или радикасъ; или квадратическое (*quadratica*), или кубическое (*subica*), когда неизвѣстное количество будетъ вторая, или третья степень, и такъ далѣе. На пр.

$a = 2x + d$ простое сравненіе

$a^2 + b^2 = x^2$ квадратическое.

$a^3 - b^3 = x^3$ кубическое

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XX.

§. 89. Срапненіе квадратическое неполное (*aequatio quadratica affecta, seu imperfecta*) есть, когда въ ономъ не достаетъ квадрата неизвѣснаго количества. На. пр. $x^2 + 2ax = b^2$, видно, что здѣсь недостаетъ a^2 , по приложеніи котораго съ обѣихъ сторонъ срапненія, произойдетъ полное, или совершенное сравненіе. На пр. $x^2 + 2ax + a^2 = b^2 + a^2$.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXI.

§. 90. Припегденіе срапненій (*reductio aequationum*) есть способъ, помощію котораго

го опредѣляется неизвѣстное количество
отъ извѣстныхъ, и содержаніе онаго къ
симъ означается знакомъ равенства.

ЗАДАЧА XXII.

§. 91. Сдѣлать приведеніе сравненій.

РѢШЕНІЕ.

1. Извѣстно изъ свойства равныхъ количествъ, о которыхъ въ Ариеметикѣ упомянуто было, что чрезъ сложеніе равныхъ съ равными и вычитаніе равныхъ изъ равныхъ, или чрезъ умноженіе и дѣленіе оныхъ на равныя, или чрезъ извлеченіе подобныхъ радикасовъ, или произведеніе подобныхъ степеней, равенство такихъ количествъ не уничтожается; то, чтобъ неизвѣстныя количества, съ извѣстными перемѣшанныя, отъ извѣстныхъ опредѣлены быть могли, надлежитъ сложенные количества вычитать, вычтенныя складывать, умноженныя дѣлить, раздѣленные умножать, изъ степеней извлекать радикасы, или, когда надобно будетъ, радикасы приводить въ степени; такимъ образомъ наконецъ произойдутъ два члена сравненія, изъ коихъ одинъ членъ неизвѣстный, а другой извѣстныя количества изображать будетъ. На пр.

$$x - 4 = 16$$

$$x = 16 + 4 \text{ слож.}$$

$$x + 4 = 24$$

$$x = 24 - 4 \text{ вычтен.}$$

$$x = 6$$

3

$$x = 18 \text{ умнож.}$$

$$3x = 12$$

$$x = 4 \text{ раздѣл.}$$

$$x^2 = 16$$

$$x = \sqrt{16} = 4 \text{ извлеч. радикаль.}$$

2. Когда въ задачѣ случатся два неизвѣстныхъ количества, и она по тому приведена въ два сравненія; то въ такомъ случаѣ сперва надлежитъ сыскать содержаніе одного неизвѣстнаго количества, и оное въ другомъ сравненіи, въ которомъ содержится то неизвѣстное количество, на мѣсто сего поставишь, чтобъ имѣть новое сравненіе, въ которомъ другое неизвѣстное количество уничтожено. Ибо, какъ на послѣдокъ сіе неизвѣстное количество неизвѣстнымъ уравнено будетъ, по елику отношеніе его къ другому неизвѣстному количеству изъ перваго сравненія видно, и другое неизвѣстное количество найдено быть можетъ. На пр.

$$\begin{array}{rcl}
 a & = & x + y \\
 a - x & = & y \\
 a - x & = & d + x \quad \text{рав. вмѣсто рав. постав.} \\
 a & = & d + 2x \\
 a - d & = & 2x \\
 \frac{a - d}{2} & = & x
 \end{array}$$

Слѣдовательно сыскавъ x , будетъ извѣстно и y .

П Р И Б А В Л Е Н І Е

§. 92. Изъ найденнаго сравненія $\frac{a - d}{2}$

$= x$ явствуетъ, что, ежели изъ суммы двухъ количествъ вычтешь разность ихъ и остатокъ раздѣлишь на 2, частное число будетъ меньшее количество; естлижъ къ суммѣ двухъ количествъ приложивъ разность ихъ, сумму раздѣлишь на 2; то частное будетъ большее количество. На пр.

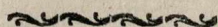
Положимъ, что $a = 30$, $b = 8$; то будетъ $(a - b) : 2 = (30 - 8) : 2 = 11$, $(a + b) : 2 = (30 + 8) : 2 = 19$.

З А Д Л Ч А XXIII.

§. 93. Рѣшить неполное квадратическое сравненіе.

Р ѣ ш е н і е.

Положимъ, что дано неполное квадратическое сравненіе $x^2 + ax = b^2$; то, ко-
ли-



личество x принявъ за одну часть двучастнаго радикаса, будетъ извѣстно количество второй части онаго, то есть, вторая часть радикаса дважды взятая, на пр. $\frac{1}{2}a$. И какъ до полного квадрата недостаетъ только квадрата сей части, то есть, $\frac{1}{4}a^2$; то приложивъ оной съ обѣихъ сторонъ сравненія, произойдетъ полное квадратическое сравненіе. На пр.

$$x^2 + ax = b^2$$

$$\frac{1}{4}a^2 \quad \frac{1}{4}a^2$$

$$x^2 + ax + \frac{1}{4}a^2 = b^2 + \frac{1}{4}a^2$$

$$x + \frac{1}{2}a = \sqrt{b^2 + \frac{1}{4}a^2}$$

$$x = \sqrt{b^2 + \frac{1}{4}a^2} - \frac{1}{2}a$$

ГЛАВА СЕДЬМАЯ.

О

Алгебраическомъ рѣшеніи нѣкоторыхъ задачъ
пообще.

ЗАДАЧА XXIII.

§. 94.

Дана сумма и разность двухъ количествъ; найди самыя тѣ количества.

РѢШЕНІЕ.

Положимъ, что сумма $a = 48$, разность $d = 12$, меньшее количество x , большее,

шее, или меньшее сложенное съ разностью
 $x + d = x + 12$; то будетъ

$$2x + d = a$$

$$2x + 12 = 48$$

$$2x = a - d$$

$$2x = 48 - 12$$

$$x = \frac{a - d}{2}$$

$$2x = 36$$

$$x = \frac{36}{2} = 18 \text{ меньшее}$$

количество.

Слѣдовательно большее количество =
 $x + d = 18 + 12 = 30$.

Или

Положивъ, что сумма = a , разность =
 d , меньшее количество = x , большее = y ;
 то будетъ

$$a = x + y$$

$$d = y - x$$

$$a - x = y$$

$$d + x = y$$

По чему $a - x = d + x$ (§. 32. Ариэ.)

$$a = d + x + x$$

$$a = d + 2x$$

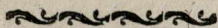
$$a - d = 2x$$

$$\frac{a - d}{2} = x$$

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 95. Изъ произшедшаго сравненія $\frac{a - d}{2}$

= x выводился слѣдующее правило: ежели
 изъ суммы двухъ данныхъ количествъ вы-
 чпешъ ихъ разность и остатокъ раздѣ-
 лишь



лишь на 2 ; то изъ того происходитъ мѣн-
шее количество. На пр. $a = 48$, $d = 12$;
то будетъ.

$$\begin{array}{r} 48 \\ 12 \\ \hline 2 \overline{) 36} \end{array} \quad 18 \text{ мѣншее количество.}$$

ЗАДАЧА XXIV.

§. 96. Найди два количества, коихъ
извѣстно содержаніе и разность.

РѢШЕНІЕ

Положимъ, что разность количествъ
 $b = 45$, знаменитель содержанія оныхъ $e = 6$, мѣншее количество x , большее ко-
личество $ex = 6x$; то будетъ.

$$ex - x = b \quad 6x - x = 5x = 45$$

$$ex - 1 = b \quad x = \frac{45}{5} = 9. \text{ мѣн.}$$

$$x = \frac{b}{e-1} \quad \quad \quad 5 \quad \text{кол.}$$

ПРИБАВЛЕНІЕ

§. 97. Изъ произшедшаго сравненія $x = \frac{b}{e-1}$
выводится слѣдующее правило: ежели раз-
ность двухъ количествъ раздѣлится на
знаменателя содержанія безъ единицы;
то частное число будетъ мѣншее количе-
ство. На пр.

$$6 - 1 = 5 \mid 45 \mid 9 \text{ мѣншее количество.}$$

ЗА-

ЗАДАЧА XXV.

§. 98. Дана сумма двухъ которыхъ нибудь чиселъ изъ трехъ; найти оныя числа.

РѢШЕНІЕ.

Положимъ, что искомыя числа будутъ x, y, z , сумма первого и втораго $a = 40$, сумма втораго и третьяго $b = 28$, сумма первого и третьяго $c = 36$; то будетъ

$$x + y = a \quad y + z = b \quad x + z = c$$

$$x = a - y \quad z = b - y \quad x = c - x$$

$$a - y = c - z \quad (\S. 32. \text{ Ариф. })$$

$$a - y = c - b + y \quad (\S. 31. \text{ Ариф. })$$

$$a = c - b + 2y$$

$$a - c + b = 2y$$

$$\frac{a - c + b}{2} = y$$

2

То есть, $y = 40 - 36 = 4 + 28 = 32 : 2 = 16$; $x = 40 - 16 = 24$; $z = 28 - 16 = 12$.

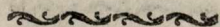
ЗАДАЧА XXVI.

§. 99. Дана сумма двухъ количествъ и разность ихъ квадратовъ; найти самыя количества.

РѢШЕНІЕ.

Положимъ, что сумма оныхъ $2a$, разность квадратовъ ихъ b , разность количествъ $2x$; то будетъ большее количество $a + x$, меньшее $a - x$ (§. 80. Тригоном.). По сему

a²



$$\begin{array}{r}
 a^2 + 2ax + x^2 \\
 a^2 - 2ax + x^2 \\
 \hline
 4ax = b \quad \text{вычтено.} \\
 x = \frac{b}{4a}
 \end{array}$$

Изъ произшедшаго сравненія $x = \frac{b}{4a}$ вы-
 водится слѣдующее правило: ежели раз-
 носѣ квадратовъ раздѣлился на сумму
 количествъ, вдвое взятую; то частное число
 будетъ половина разности шѣхъ коли-
 чествъ; а когда половинная разность из-
 вѣстна, то къ половинѣ суммы шѣхъ
 количествъ приложивъ оную, получишь
 большее количество; когдажъ оную изъ по-
 ловины суммы шѣхъ же количествъ вы-
 чтешь; то получишь меньшее количество
 (§. 80. Тригоном.).

ЗАДАЧА XXVII.

§. 100. Найди такое число, котораго по-
 ловина съ третиюю и четвертою долею пре-
 вышаетъ то число единицею.

РѢШЕНІЕ.

Положимъ, что искомое число $= x$; то
 по содержанію задачи будетъ

$$\begin{array}{l}
 \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}x + \frac{1}{4}x = x + 1 \\
 \frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{4} = x + 1
 \end{array}$$

$$\frac{1}{2}x + \frac{8}{24}x + \frac{6}{24}x = x + 1$$

$$\frac{14}{24}x + 1 = x + 1$$

$$14x = 24x + 24$$

$$14x - 24x = 24$$

$$-10x = 24$$

$$x = \frac{24}{-10} = -2.4. \text{ Искомое число.}$$

ПовѢрка

$$\begin{array}{r|l} 2 & 12 \\ 3 & 12 \\ 4 & 12 \end{array} \begin{array}{l} 6 \\ 4 \\ 3 \end{array}$$

$$13 = 12 + 1.$$

ЗАДАЧА. XXVIII.

§ 101. Найди такое число, котораго бы $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ и $\frac{1}{5}$ вмѣстѣ съ 6 составляли 100.

РѢШЕНІЕ.

Положивъ, что неизвѣстное число = x ; то, въ силу содержанія задачи, будетъ

$$\begin{array}{r|l} \frac{x}{3} & 20x \\ \frac{x}{4} & 15x \\ \frac{x}{5} & 12x \end{array}$$

$$47x + 6 = 100$$

$$60$$

$$47x + 360 = 6000$$

$$47x = 6000 - 360$$

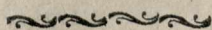
$$47x = 5640$$

$$x = 5640$$

$$47 \overline{) 5640} \quad \begin{array}{l} 120. \text{ Неизвѣстное} \\ \text{число} \end{array}$$

Д

ПовѢрка



Повѣрка

$$\begin{array}{r|l}
 3 & 120 \\
 4 & 120 \\
 5 & 120 \\
 \hline
 & 94 \\
 & 6 \\
 \hline
 & 100
 \end{array}$$

ЗАДАЧА XXIX.

§ Найдите такое число, изъ котораго когда вычтешъ $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$ и припомъ 3; то бы оставалось ничего.

РѢШЕНІЕ.

Положивъ, что неизвѣстное число = x ; то, въ силу содержанія задачи, будетъ

$$\begin{array}{r}
 12. \\
 \hline
 \frac{x}{3} \quad 4x \\
 \frac{x}{4} \quad 3x \\
 \frac{x}{6} \quad 2x \\
 \hline
 \frac{9x}{12}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 x \quad \frac{9x}{12} \quad \text{вычтено} \\
 \hline
 \frac{9x}{12} - 3 = 0 \\
 3x - 36 = 0 \\
 3x = 36 \\
 x = 36
 \end{array}$$

3|36|12. Неизвѣстное число

Или

$$\begin{array}{r}
 x - \frac{x}{3} - \frac{x}{4} - \frac{x}{6} - 3 = 0 \\
 x - \frac{x}{3} - \frac{x}{4} - \frac{x}{6} = 3
 \end{array}$$

$$x - \frac{24x - 18x - 12x}{72} = 3$$

$$72x - 24x - 18x - 12x = 216$$

$$18x = 216$$

$$x = 216$$

$$18 \overline{) 216} \overline{) 12}.$$

ПовѢрка

$$\begin{array}{r|l} 3 & 12 \\ 4 & 12 \\ 9 & 12 \end{array} \begin{array}{l} 4 \\ 3 \\ 2 \end{array}$$

$$9$$

$$3$$

$$12 - 12 = 0.$$

ЗАДАЧА XXX.

§. 103. Найди три такія числа, изъ коихъ бы первое равно было второму безъ 16, второе же равно третьему безъ 2, а всѣ вмѣстѣ составляли сумму 94.

РѢШЕНІЕ.

Положивъ, что первое число $= x$, второе $= y$, третье $= z$; то, въ силу содержанія задачи, будемъ.

$$x = y - 16$$

$$y = z - 2$$

$$x + y + z = 94$$

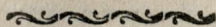
$$y - 16 + y + z = 94 \quad (\S. 31 \text{ Ариф.})$$

$$z - 2 - 16 + z - 2 + z = 94 \quad (\S. 31 \text{ Ариф.})$$

$$3z - 2 - 16 - 2 = 94$$

Д 2

3



$$3z - 20 = 94$$

$$3 = 114$$

$$z = 114$$

3 | 114 | 38. Третье неиз. число.

Слѣдовательно $y = 38 - 2 = 36$; $x = 36 - 16 = 20$; ибо $38 + 36 + 20 = 94$.

ЗАДАЧА XXXI.

§. 104. Найди такое число, по сложении бы котораго самого съ собою, по умножении суммы на поужь число, по вычитении поужь числа изъ произведенія и по раздѣленіи остатка на поуже число, частное число произошло 13.

РѢШЕНІЕ

Положивъ, что неизвѣстное число = x ; то, въ силу содержанія задачи, будетъ.

$$\begin{array}{r} x \\ x \\ \hline 2x \\ x \\ \hline 2x \\ \hline 2x - x \\ \hline = 13 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x \\ 2 \\ 2x - x = 13x \\ 2x - 1 = 13 \\ 2x = 14 \\ x = 14 \end{array}$$

2 | 14 | 7. Неизвѣстное число.

Ибо

$$\text{Ибо } 7 \div 7 = 14 \times 7 = 98 - 7 = 91 : 7 = 13.$$

ЗАДАЧА XXXII.

§. 105. Дана сумма и произведение двухъ количествъ; найди самыя тѣ количества.

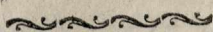
РѢШЕНИЕ.

Положивъ, что сумма $= a$, половина разности $= x$; произведение $= b$; то будетъ большое количество $= \frac{1}{2}a + x$, меньшее $= \frac{1}{2}a - x$ (§. 80. Тригоном.). И такъ, въ силу содержанія задачи, будетъ

$$\begin{array}{r} \frac{1}{2}a + x \\ \frac{1}{2}a - x \\ \hline \frac{1}{4}a^2 - x^2 \\ \frac{1}{4}a^2 + \frac{1}{2}ax \\ \hline \frac{1}{4}a^2 - x^2 = b \\ \frac{1}{4}a^2 = b + x^2 \\ \frac{1}{4}a^2 - b = x^2 \\ \sqrt{\frac{1}{4}a^2 - b} = x \end{array}$$

ПРИБАВЛЕНИЕ

§. 106. Изъ произшедшаго сравненія $\sqrt{\frac{1}{4}a^2 - b} = x$ выводится слѣдующее правило: ежели изъ квадрата половины суммы двухъ количествъ вычтешь произведение оныхъ и изъ остатка извлечешь квадратной радикалъ; то оной будетъ половина разности искомыхъ количествъ. На пр. $a = 14$, $b = 48$; то будетъ $\sqrt{\frac{1}{4}a^2 - b} = \sqrt{49 - 48} = 1$. И по-
Д 3 му



му $\frac{1}{4} a + x = 7 + 1 = 8$ большое количество; $\frac{1}{2} a - x = 7 - 1 = 6$ меньшее (§. 80. Тригоном). Ибо $8 \times 6 = 48$, и $8 + 6 = 14$.

ПРИМѢРЫ. ЗАДАЧЬ,

Которыя могутъ рѣшима быти чрезъ одно сравненіе.

1. Иѣкопсорого войска претѣя часть побѣда, чепивершая часть вѣ полонѣ взяша, да свержѣ того 1000 человекѣ убѣжали. Спр. сколь велико было все то войско?

Положивѣ, что все то войско $= x$, 1000 человекѣ $= a$; то будетѣ

$$\frac{1}{3} x + \frac{1}{4} x + a = x$$

$$\frac{x}{3} + \frac{x}{4} + a = x$$

$$\frac{4x}{12} + \frac{3x}{12} + a = x$$

$$\frac{7x}{12} + a = x$$

$$7x + 12a = 12x$$

$$12a = 5x$$

$$\frac{12a}{5} = x$$

То есть, когда $a = 1000$; то $x = 1000 \times 12 = 12000 : 5 = 2400$. Сколько всего войска было. Ибо $2400 : 3 = 800$ и $2400 : 4 = 600$; по чему $800 + 600 + 1000 = 2400$.

2. Иѣко претѣ дороги ѣхалѣ верѣжомѣ, пѣшую долю шелѣ пѣшкомѣ, что
все

все составляетъ 50 верстѣ. Спр. Сколь велика была вся доро́га?

Положивъ, что вся доро́га $= x$, 50 $= a$: то будетъ

$$\frac{x}{3} x + \frac{x}{5} = a$$

$$\frac{5x}{15} + \frac{3x}{15} = a$$

$$\frac{8x}{15} = a$$

$$8x = 15a$$

$$x = \frac{15a}{8}$$

То есть, когда $a = 50$; то $x = 50 \times 15 = 750 : 8 = 93 \frac{3}{4}$ вся доро́га. Ибо $31 \frac{1}{4} + 18 \frac{3}{4} = 50$.

3. Къ находящемуся въ нѣкопормѣ городѣ гварнизону ежели прибавишь претью его часть, и сверхъ того 100 человекъ; то будетъ состоять томъ гарнизонѣ изъ 3000 человекъ. Спр. сколько человекъ въ томъ гварнизонѣ прежде находилось?

Положивъ, что весь гварнизонъ $= x$, 3000 человекъ $= a$; то будетъ

$$x + \frac{x}{3} + 100 = a$$

$$3x + x + 300 = 3a$$

$$4x + 300 = 3a$$

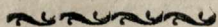
$$4x = 3a - 300$$

$$x = \frac{3a - 300}{4}$$

4

Д 4

То



То есть, когда $a = 3000$; то $x = 3000$
 $x \cdot 3 = 9000 - 300 = 8700 : 4 = 2175$.
 Изъ сполькихъ человѣкъ пошъ гварнизонъ
 прежде состоялъ. Ибо $2175 : 3 = 725 +$
 $2175 + 100 = 3000$.

4 Александръ Великій старѣе былъ
 Эфесціона двумя годами, Клишъ превосхо-
 дилъ обоихъ ихъ чешырьмя годами, а
 всѣмъ имъ вообще было 96 лѣтъ. Спр.
 по скольку лѣтъ каждому изъ нихъ во-
 особливости было?

Положивъ, что Эфесціонъ имѣлъ
 лѣтъ $= x$; то Александръ Великій будетъ
 имѣть $x + 2$, Клишъ же $2x + 6$. И по тому

$$x + x + 2 + 2x + 6 = 96$$

$$4x + 8 = 96$$

$$4x = 96 - 8$$

$$x = \frac{88}{4} = 22 \text{ Эфесціоновы годы.}$$

То есть, когда Эфесціонъ имѣлъ
 отъ роду 22 года; то Александръ Ве-
 ликій имѣлъ 24, Клишъ же 50 лѣтъ; ибо
 $22 + 24 + 50 = 96$.

5. Опецъ съ Сыномъ имѣли вообще
 отъ роду 126 лѣтъ, но одинъ другаго
 былъ моложе 30 годами. Спр. Сколько ко-
 торому лѣтъ?

Положивъ, что сумма лѣтъ $= a$, раз-
 ность оныхъ $= b$, возрастъ сына $= x$;
 то будетъ отцу лѣтъ $= x + b$: и по тому

$$x + b + x = a$$

$$2x + b = a$$

$$2x = a - b$$

$$x = \frac{a - b}{2}$$

$$x + 30 + x = 126$$

$$2x + 30 = 126$$

$$2x = 126 - 30 = 96$$

$$x = \frac{96}{2} = 48 \text{ Столько}$$

лѣтъ имѣлъ сынѣ.

То есть, когда сыну 48 лѣтъ; то
отцу будетъ 78 лѣтъ; ибо $48 + 30 = 78$,
и $126 - 48 = 78$.

6. Число 60 раздѣлить на двѣ части
такъ, что бы $\frac{1}{4}$ большей части съ $\frac{1}{5}$ мень-
шой, вмѣстѣ взятыя, составляли 14.
Спр. Какія тѣ части суть?

Положивъ, что меньшая часть = x ;
то будетъ большая часть = $60 - x$; по чему

$$\frac{x}{5} + \frac{60 - x}{4} = 14$$

$$\frac{4x}{20} + \frac{300 - x}{20} = 14$$

$$\frac{4x + 300 - x}{10} = 14$$

$$4x + 300 - 5x = 280$$

$$300 + 5x - 4x = 280$$

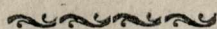
$$300 + x = 280$$

$$x = 300 - 280 = 20. \text{ Меньшая час.}$$

Когдажъ меньшая часть 20; то бу-
детъ большая часть $60 - 20 = 40$.

Д 5

Ибо



Ибо $40 : 4 = 10$ и $20 : 5 = 4$. И такъ
 $10 + 4 = 14$.

7. Одинъ Италіанецъ пришедши въ Венецію издержалъ въ первой день изъ всѣхъ своихъ денегъ, сколько онъ имѣлъ, $\frac{1}{3}$, въ другой день $\frac{1}{4}$, въ третей день $\frac{1}{5}$, такъ что на послѣдокъ осталось у него только 26 руб. Спр. Сколько онъ денегъ принесъ съ собою?

Положивъ, что онъ принесъ денегъ $= x$; то будетъ.

$$x - \frac{x}{3} - \frac{x}{4} - \frac{x}{5} = 26$$

$$x - \frac{47x}{60} = 1560$$

$$13x = 1560$$

$$x = \frac{1560}{13} = 120 \text{ Сколько денегъ принесъ онъ съ собою.}$$

Ибо $120 : 3 = 40$; $120 : 4 = 30$; $120 : 5 = 24$; по чему $40 + 30 + 24 = 94$. И такъ $120 - 94 = 26$.

8. Нѣкто изъ 60 руб. заплатилъ столько долгу, что $\frac{3}{4}$ остальныхъ равняюща $\frac{1}{2}$ долговыхъ денегъ. Спр. Сколько у него еще осталось?

По-

Положивъ, что долгу было $= x$; то въ остаткѣ будетъ $60 - x$; почему

$$(60 - x) : \frac{3}{4} = \frac{180 - 3x}{4}$$

$$\frac{180 - 3x}{4} = \frac{x}{2}$$

$$180 - 3x = \frac{4x}{2}$$

$$360 - 6x = 4x$$

$$360 = 10x$$

$$x = \frac{360}{10} = 36. \text{ Сколько на немъ долгу было.}$$

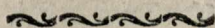
$$\text{Ибо } 60 - 36 = 24 : 4 = 6 \times 3 = 18 = 36 : 2 = 18.$$

9. Нѣкто нанялъ работника на годъ съ такимъ договоромъ, чтобъ за каждой рабочей день давать ему по 12 копѣекъ, а за всякой нерабочей день вычитать у него по 8 копѣекъ. Но по прошествіи года и по расчету хозяинъ съ работникомъ взаимно другъ другу не оказались должными. Спр. Сколько дней показанной работникъ работалъ и сколько дней гулялъ?

Положивъ, что число рабочихъ дней $= x$; то число нерабочихъ дней будетъ $= 365 - x$; почему

$$1 : 12 \quad x : 12x$$

$$1 : 8 = 365 - x : 2920 - 8x$$



$$2920 - 8x = 12x$$

$$2920 = 20x$$

$$x = \frac{2920}{20} = 146 \text{ Сколько дней рабо-}$$

шалъ.

И такъ $365 - 146 = 219$ сколько дней гулялъ.

10. Три человека должны раздѣлишь между собою 400 рублей такимъ образомъ: первой долженъ взять меньше другаго 12 руб. прешей больше другаго жъ 16 рубл. Спр. сколько копорому достанется изъ той суммы.

Положивъ, что второй возьметъ изъ той суммы денегъ $= y$; то первой возьметъ $= y + 16$; и такъ.

$$(y - 12) + y + (y + 16) = 400$$

$$3y - 12 + 16 = 400$$

$$3y + 4 = 400$$

$$3y = 396$$

$$y = \frac{396}{3} = 132. \text{ Сколько второй по-}$$

лучитъ изъ той суммы.

И такъ первой возьметъ изъ той суммы $132 - 12 = 120$, а прешей $132 + 16 = 148$. Ибо $132 + 120 + 148 = 400$.

11. Нѣкоторое число умножено на 2, къ произведенію приложено 60, сумма раздѣлена на 11, изъ частнаго числа вычтено 15, остатокъ умноженъ на $2\frac{2}{5}$, вышло 100. Спр. сколь велико было то число?

По-

Положивъ, что неизвѣстное число = x ;
то будетъ

$$(2x + 6 - 15) \times 2\frac{2}{3} = 100$$

11

$$40x + 1200 - 300 = 100$$

99

9

$$360 + 10800 - 29700 = 100$$

891

891

$$360x + 10800 - 29790 = 89100$$

$$360x + 10800 = 118800$$

$$360x = 108000$$

$$x = \frac{108000}{360} = 300 \text{ Искомое число.}$$

$$\text{Ибо } 300 \times 2 = 600 + 60 = 660 : 11 = 60 - 15 = 45 : 2\frac{2}{3} = 100.$$

12. Сидоръ да Карпъ спали играть въ карпы, имѣя по равному числу денегъ. Но какъ Сидоръ проигралъ 12 руб. а Карпъ 57 руб. то, по окончаніи игры, у Сидора осталось денегъ вчетверо больше, нежели у Карпа. Спр. по сколько денегъ каждой изъ нихъ имѣлъ?

Положивъ, что каждой изъ нихъ имѣлъ денегъ x ; = то будетъ.

$$x - 57$$

4

$$x - 12 = 4x - 228$$

$$x = 4x - 216$$

$$0 = 3x - 216$$

$$3x = 216$$

$$x = \frac{216}{3} = 72. \text{ По столько денегъ}$$

каждой изъ нихъ
имѣлъ.

$$\text{Ибо } 72 - 12 = 60, \text{ и } 72 - 57 = 15 \times 4 = 60.$$

13. Ежели неизвѣснаго числа людей каждому изъ неизвѣстной суммы дасть по 3 руб. то не доспанетъ денегъ на 3 человека; а когда каждому дасть по 2 руб. тогда оспанется денегъ на 4 человека. Спр. сколько было людей?

Положивъ, что число людей было $= x$; то будемъ.

$$\begin{array}{rclcl} x & 3 & x & 4 & \\ \underline{3} & \underline{3} & \underline{2} & \underline{2} & \\ 3x - 9 & = & 2x + 8 & & \\ 3x - 2x - 9 & = & 8 & & \\ x - 9 & = & 8 & & \\ x & = & 17. & \text{Число людей.} & \end{array}$$

$$\text{Ибо } 17 \times 3 = 51 - 9 = 42, \text{ и } 17 \times 2 = 34 + 8 = 42.$$

14. Изъ двухъ аршелей рабочихъ людей одной дано 135 руб. а другая, которая была меньше первой 2 человеками, получила 60 руб. при томъ сколько изъ первой аршели получили двое, столько изъ второй взяли шрое.

прое. Спр. Сколько людей въ первой и другой артели находилось?

Положивъ, что въ первой артели находилось людей x ; то второй во будетъ $x - 2$; почему.

$$x : 135 = 1 : \frac{135}{x} \times 2 = \frac{270}{x} (\S 173. \text{Ариѳ})$$

$$x - 2 : 60 = 1 : \frac{60}{x-2} \times 3 = \frac{180}{x-2} (\S. 173. \text{Ариѳ})$$

$$\text{И такъ } \frac{270}{x} = \frac{180}{x-2} (\S. 31. \text{Ариѳ.})$$

$$270x - 540 = 180x$$

$$270x = 180x + 540$$

$$270x - 180x = 540$$

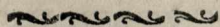
$$90x = 540$$

$$x = 540 : 90 = 6. \text{Сколько людей находилось въ первой артели.}$$

Слѣдовательно во второй артели было людей $6 - 2 = 4$. Ибо $6 : 235 = 1 : \frac{135}{6} \times 2 = \frac{270}{6} = 45$, и $4 : 60 = 1 : \frac{60}{4}$

$$\times 3 = \frac{180}{4} = 45.$$

15. Нѣкто оставшимся послѣ себя девятерымъ дѣтямъ завѣщалъ раздѣлить имѣніе свое, состоящее въ 17000 руб. такъ, чтобъ каждой сынъ взялъ по



по 2000 руб. а каждая дочь по 1800 руб.
Спр. Сколько послѣ того человѣка оспа-
лось сыновей и дочерей?

Положивъ, что послѣ того человѣка
осталось сыновей $= x$; то будетъ доче-
рей $9 - x$; и пошому.

$$1 : 2000 = x : 2000x \text{ (§. 117 и 173. Ариѳ.)}$$

$$1 : 1800 = 9 - x : 16200 - 1800x \text{ (§. 117}$$

и 173 Ариѳ.)

$$2000x + 16200 - 1800x = 17000$$

(§. 34. Ариѳ.)

$$2000x - 1800x = 800$$

$$200x = 800$$

$$x = 800 : 200 = 4. \text{ Сколько сыновей}$$

осталось.

Слѣдовательно было дочерей 5. Ибо
 $2000 \times 4 = 8000$, и $8000 \times 5 = 9000$. И
такъ $8000 + 9000 = 17000$.

16. Изъ проихъ одинъ положивъ въ склад-
ку больше противъ другаго 35 рублями, а
прочіе двое вмѣстѣ 84 руб. приторговали
66 руб. изъ котораго барыша претей по-
лучилъ 21 руб. Спр. по сколько руб. поло-
жили въ складку?

Положивъ, что второй положилъ въ
складку x ; то первой положилъ $x + 35$, а
третьей 84 $- x$; и пошому

x

$$x \div 35$$

$$84 - x$$

119 + x Складка всѣхъ проихъ.

И такъ 119 + x: 66 = 84 - x: 21 (§. 117. Ариѳ.).

$$2499 \div 21 x = 5544 - 66 x (\S. 136.$$

Ариѳ.).

$$2499 = 5534 - 87 x$$

$$5544 - 2499 = 87 x$$

$$3045 = 87 x$$

$$87 x = 3045$$

$$x = \frac{3045}{87} = 35 \text{ Столько положи-}$$

жилъ въ склад-
ку второй.

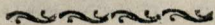
Слѣдовательно положилъ первой 35 +
35 = 70; а претей 84 - 35 = 49. Ибо 35 +
49 = 84.

17. Клавдій жилъ вдвое больше Карла, и
сверхъ того 4 года; Павелъ жилъ столько
лѣтъ, сколько они оба вмѣстѣ и
сверхъ того 6 лѣтъ; всѣ же они вмѣстѣ
жили 60 лѣтъ. Спр. сколько копорой изъ
нихъ жилъ?

Положивъ, что Карлъ жилъ лѣтъ x;
то будущъ Клавдіевы годы 2x + 4, а Па-
вловы годы 3x + 10. И пошому.

Е

x



x

$$2 \times + 4$$

$$3 \times + 10$$

$$6 \times + 14 = 60 \text{ (§. 34. Ариѳ.).}$$

$$6 \times = 46$$

$$x = \frac{46}{6} = 7 \frac{2}{3} \text{ Карловы годы.}$$

Слѣдовапельно $7 \frac{2}{3} \times 2 = 15 \frac{1}{3} + 4 = 19 \frac{1}{3}$ Клавдіевы годы; $7 \frac{2}{3} + 19 \frac{1}{3} + 6 = 33$ Павловы годы. Ибо $7 \frac{2}{3} + 19 \frac{1}{3} + 33 = 60$.

18. Изъ чепырехъ пушекъ выспрѣлено было нѣсколько зарядовъ: изъ первой выспрѣлено $\frac{1}{3}$ изъ всего числа зарядовъ; изъ другой $\frac{1}{2}$ шого числа зарядовъ, сколько выспрѣлно было изъ первой; изъ прешней выспрѣлно $\frac{1}{2}$ шого числа зарядовъ, сколько выспрѣлно было изъ впорой; и наконецъ для чепвертой пушки оспалось шокмо 39 зарядовъ. Спр. Сколько всѣхъ зарядовъ выспрѣлно было изъ всѣхъ пушекъ?

Положивъ, что всѣхъ было зарядовъ x; шо будешъ

$$\frac{x}{3} + \frac{x}{12} + \frac{x}{25} = \frac{396x}{864}$$

$$x = \frac{396x}{864} = 39$$

$$864x = 396x = 33606$$

468x

$$468x = 33606$$

$$x = \frac{33606}{468} = 72 \text{ Столько всѣхъ зарядовъ было,}$$

Слѣдовательно изъ первой пушки выстрѣлено зарядовъ $72 : 3 = 24$; изъ второй $24 : 4 = 6$; изъ третьей $6 : 2 = 3$. Ибо $24 + 6 + 3 = 33$. И пошому $72 - 35 = 39$.

ПРИМѢРЫ ЗАДАЧЪ,

*которыя могутъ рѣшены быть чрезъ два,
или многія срапненія.*

1. Нѣкоторое войско состоитъ изъ Ишпанцовъ, Нидерландцовъ и Нѣмцовъ: въ томъ числѣ находится Нѣмцовъ 10000 человекъ, Нидерландцы составляютъ третью часть Нѣмцовъ и Ишпанцовъ вмѣстѣ, а Ишпанцы составляютъ половину Нѣмцовъ и Нидерландцовъ вмѣстѣ. Спр. сколько находилось въ томъ войскѣ Нидерландцовъ и Ишпанцовъ?

Положивъ, что Нидерландцовъ было y , а Ишпанцовъ x ; то будетъ

$$y = \frac{10000 + x}{3} \qquad x = \frac{10000 + y}{2}$$

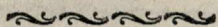
$$3y = 10000 + x$$

$$3y = 10000 + 10000 + y$$

2

Е 2

6y



$$6y = 20000 + 10000 + y$$

$$5y = 20000 + 10000$$

$$5y = 30000$$

$$y = 30000 : 5 = 6000. \text{ Столько Нидерландцовъ было.}$$

Слѣдовательно $6000 + 10000 : 2 = 8000$.
 Столько было Ишпанцовъ. Ибо $10000 + 8000 = 18000 : 3 = 6000$, и $10000 + 6000 = 16000 : 2 = 8000$.

2. Ежели изъ Цесарскаго войска убѣгушъ 900 человекъ въ Прусское; то будущъ войска съ обѣхъ сторонъ равныя; естлижъ изъ Прускаго убѣжитъ толикоежъ число въ Цесарское; то Цесарское войско будетъ вдесятеро больше оставшагося Прускаго. Спр. по скольку человекъ находилось въ обоихъ войскахъ?

Положивъ, что Цесарцовъ было x , Прусаковъ y ; то будетъ

$$y + 900 = x - 900$$

$$y = x + 1800. \text{ Прусское войско.}$$

Слѣдовательно, когда изъ онаго убѣгушъ 900 человекъ; останется $y = x - 1800 - 900$; и потому Цесарское войско, получивъ 900 человекъ бѣглыхъ въ прибавку, сдѣлается вдесятеро больше оставшагося Прускаго войска. И такъ

$$\begin{aligned}
 x + 900 &= 10x - 18000 - 9000 \\
 x &= 10x - (18000 - 9000 - 900) \\
 x &= 10x - 27900 \\
 x + 27900 &= 10x \\
 27900 &= 9x \\
 9x &= 27900 \\
 x &= 27900 : 9 = 3100. \text{ Столько}
 \end{aligned}$$

было Цесарцовъ.

Слѣдовательно $3100 - 1800 = 1300$.
 Столько было Прусаковъ. Ибо $3100 - 900 = 2200 = 1300 + 900 = 2200$.

3. Нѣсколько человѣкъ желаютъ составить нѣкоторую сумму, для составленія которой ежели каждой изъ нихъ положить по 1. руб. то будетъ не доставать 10 руб. а ежели каждой положить по 2 руб. то будетъ лишку 10. руб. Спр. сколь велика та складываемая сумма и сколько человѣкъ складываютъ оную.

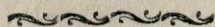
Положивъ, что складываетъ оную число людей x , а составляемая сумма y ; то будетъ

$$\begin{array}{ll}
 x \cdot 1 = y - 10 & x \cdot 2 = y + 10 \\
 1x = y - 10 & 2x = y + 10 \\
 x = \frac{y - 10}{1} & x = \frac{y + 10}{2}
 \end{array}$$

$$\frac{y - 10}{1} = \frac{y + 10}{2} \quad (\S. 32. \text{ Арие.})$$

Е 3

2у



$$2y - 20 = y + 10$$

$$2y = y + 30$$

$y = 30$. Споль велика была складываемая сумма.

Слѣдовашельно $30 - 10 = 20$. Споль велико было число складывающихъ шу сумму людей.

Ибо $20 \times 1 = 20$, шо еспь, точно не достаешъ прошивъ суммы 10 руб. и $20 \times 2 = 40$, шо еспь, точно выходитъ лишку 10. руб. прошивъ суммы.

4. Нѣкто въ двухъ мѣшкахъ имѣлъ по спольку денегъ, что ежели изъ перваго мѣшка переложитъ въ другой 15. руб. шо въ обоихъ мѣшкахъ слѣдается поравну; а когда изъ втораго мѣшка переложитъ въ первой толикоежъ число денегъ; шо въ ономъ будетъ находится вдвое больше, нежели во второмъ. Спр. по скольку денегъ находилось въ мѣхъ мѣшкахъ?

Положивъ, что въ первомъ мѣшкѣ находилось денегъ x , во второмъ y ; шо будетъ

$$x - 15 = y + 15 \quad y - 15 = \frac{x + 15}{2}$$

$$x - 30 = y$$

$$2y - 30 = x + 15$$

$$2x - 60 - 30 = x + 15$$

(§. 31. Ариф.)

$$2x - 90 = x + 15$$

$$2x - 105 = x$$

$$2x - x = 105$$

$x = 105$ Столько денегъ находилось въ первомъ мѣшкѣ.

Слѣдовательно во второмъ мѣшкѣ было денегъ $105 - 30 = 75$. Ибо $105 - 15 = 90$; и $75 + 15 = 90$; также $75 - 15 = 60$, и $105 + 15 = 120 : 3 = 60$.

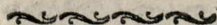
5. Молодой оселъ и ослица несли наполненные виномъ мѣхи: ослица неся мѣхъ, для преспарѣлыхъ своихъ лѣтъ, такъ успала, что съ мѣша сойши не могла; видя то молодой оселъ, сказалъ ей: что ты такъ успала, неся меньшій мѣхъ прошивъ моего. Ибо естли я изъ своего мѣха перелю одно ведро въ твоей мѣхъ; то у обоихъ насъ въ мѣхахъ сдѣлается поравну. Но я того сдѣлать не хочу; ты въ мой мѣхъ изъ своего перелей одно ведро, то у меня будетъ вдвое больше твоего. Спр. по скольку ведеръ вина въ мѣхахъ у осла и ослицы находилось?

$$x - 1 = y + 1 \quad y - 1 = \frac{x + 1}{2}$$

$$x - 1 - 1 = y \quad 2y - 2 = x + 1$$

$$x - 2 = y \quad 2x - 4 - 2 = x + 1$$

$$2x - 6 = x + 1$$



$$2x - 6 - 1 = x$$

$$2x - 7 = x$$

$$2x = x + 7$$

$$2x - x = 7$$

$$x = 7$$

Сполько ведеръ вина находилось у осла въ мѣху.

Слѣдовательно у ослицы въ мѣху находилось ведеръ вина $7 - 2 = 5$. Ибо $7 - 1 = 6$, и $5 + 1 = 6$; также $5 - 1 = 4$ и $7 + 1 = 8$.

6. Въ одномъ городѣ находились опчасти Нѣмцы, опъ части Агличане, опъ части Голландцы и опъ части Ишпанцы: и во время продолжавшейся осады того города, померло изъ Нѣмцовъ, Агличанъ и Голландцовъ вмѣстѣ сполько, сколько составляющъ Ишпанцы и сверхъ того 620 человекъ; изъ Нѣмцовъ, Агличанъ и Ишпанцовъ вмѣстѣ померло сполько, сколько числомъ было всѣхъ Голландцовъ, и сверхъ того 460 человекъ; изъ Нѣмцовъ, Голландцовъ и Ишпанцовъ вмѣстѣ сполько померло, сколько составляющъ всѣ Агличане съ 380 человекъ, и наконецъ изъ Агличанъ, Голландцовъ и Ишпанцовъ вмѣстѣ сполько померло, сколько составляющъ Нѣмцы, и сверхъ того 500 человекъ. Спр. сколько померло въ особливости Нѣмцовъ, Агличанъ, Голландцовъ и Ишпанцовъ?

Поло-

Положивъ, что находилось Нѣмцовъ u ,
Агличанъ x , Голландцовъ y , Ишпанцовъ z ;
то будетъ

$$u + x + y = z + 620 \quad u + x + y - 620 = z$$

$$u + x + 2 = y + 460$$

$$u + y + z = x + 380$$

$$x + y + z = u + 500$$

$$u + x + z = y + 460$$

$$u + x + u + x + y - 620 = y + 460$$

(§. 31. Ариф.)

$$2u + 2x + y - 620 = y + 460$$

$$2u + 2x + y = y + 460 + 620$$

$$2u + 2x + y = y + 1080$$

$$2u + 2x = 1080$$

$$2u = 1080 - 2x$$

$$u + y + z = x + 380$$

$$u + y + u + x + y - 620 = x +$$

380 (§. 31. Ариф.)

$$2u + 2y + x - 620 = x + 380$$

$$2u + 2y + x = x + 380 + 620$$

$$2u + 2y + x = x + 1000$$

$$2u + 2y = 1000$$

$$2y = 1000 - 2u$$

$$x + y + z = u + 600$$

$$x + y + u + x + y - 620 = u + 500 \text{ (§. 31. Ариф.)}$$

$$2x + 2y + u - 620 = u + 500$$

$$2x + 2y + u = u + 500 + 620$$

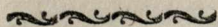
$$2x + 2y + u = u + 1120$$

$$2x + 2y = 1120$$

$$2x = 1120 - 2y$$

Е 5

2u



$$2u = 460 + 620 - 2x$$

$$2u = 1080 - 2x$$

$$2u = 1080 - (620 + 500) - (620 + 380) - 2u$$

$$2u = 1080 - (1120 - 1000) - 2u$$

$$2u = 1080 - 120 - 2u$$

$$4u = 960$$

$$u = \frac{960}{4} = 240. \text{ Столько Нѣмцовъ по-}$$

мерло въ особливости.

$$2y = 620 + 380 - 2u$$

$$2y = 1000 - 480$$

$$2y = 520$$

$$y = 520 : 2 = 260. \text{ Столько Голландцовъ}$$

померло.

$$2x = 620 + 500 - 3y$$

$$2x = 1120 - 520$$

$$2x = 600$$

$$x = 600 : 2 = 300 \text{ Столько. Агли-}$$

чанъ померло,

$$u = 240$$

$$y = 260$$

$$x = 300$$

$$u + y + x = 800 - 620 = 180. \text{ Столько Иш-}$$

панцовъ померло.

$$\text{Ибо } 240 + 300 + 260 = 800 = 180 + 620,$$

и $240 + 300 + 180 = 720 = 260 + 460.$

7. Найши два такія числа, чѣмбъ произведеніе оныхъ было равно суммѣ, а разности бы больше было вчетверо?

Поло-

Положивъ, что большое число $= x$, мень-
шее $= y$; то будетъ

$$\frac{x}{y} \quad xy = (x - y) 4$$

$$\frac{y}{x} \quad xy = 4x - 4y$$

$$xy = x + y$$

$$x + y = 4x - 4y$$

$$y = 3x - 4y$$

$$5y = 3x$$

$$\frac{5y}{3} = x$$

$$xy = x + y$$

$$\frac{5y \times y}{3} = \frac{5y}{3} + y$$

$$5y = 5 + 3$$

$$5y = 8$$

$$y = 8 : 5 = 1\frac{3}{5}. \text{ Меньшее}$$

число.

Слѣдовательно большое число $= 2\frac{2}{3}$. Ибо
 $1\frac{3}{5} \times 2\frac{2}{3} = 4\frac{4}{15}$ и $1\frac{3}{5} + 2\frac{2}{3} = 4\frac{4}{15}$.

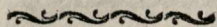
8. Найди три числа такія, изъ кото-
рыхъ бы первое равно было второму безъ
16, второе равно третьему безъ 2, сум-
мажъ всѣхъ равна была 94.

Положивъ, что первое число $= x$, вто-
рое $= y$, третье $= z$; то будетъ

$$x = y - 16 \quad y = z - 2$$

$$x + 16 = y \quad z = y + 2$$

$$x = x + 16 - 16$$



$$\begin{aligned} y &= x + 16 \\ z &= x + 16 + 2 \\ \hline 3x + 34 &= 94 \\ 3x &= 60 \end{aligned}$$

$x = 60 : 3 = 20$. Первое число.

Слѣдовательно второе $20 + 16 = 36$, а третье $20 + 18 = 38$. Ибо $20 + 36 + 38 = 94$.

9. Число 178 раздѣлить на три части такъ, чтобъ $\frac{1}{3}$ первой части была въ восьмеро больше третьей, а третья въ восемьмеро меньше $\frac{1}{3}$ второй части.

Положивъ, что первая часть $= x$, вторая $= y$, третья $= z$; то будетъ

$$\frac{x}{5} = 8z \qquad \frac{y}{6} = 8z$$

$$x = 40z \qquad y = 48z$$

$$z + 40x + 48z = 178$$

$$89z = 178$$

$$z = 178 : 89 = 2. \text{ Третья часть.}$$

Слѣдовательно вторая часть $48 \times 2 = 96$, а первая $40 \times 2 = 80$; ибо $2 + 96 + 80 = 178$.

10. 154. руб. раздѣлить на 3 человека такъ, чтобъ $\frac{1}{3}$ удѣла, принадлежащаго первому равна была $\frac{1}{4}$ удѣла, принадлежащаго второму; при томъ, когда

гда первой получишъ $2\frac{1}{2}$ руб. претей бы тогда взялъ 7 руб. Спр. сколько копорому изъ тѣхъ денегъ доспанешя?

Положивъ, что первой изъ той сум. мы получилъ x , второй y , претей z ; то будетъ

$$\frac{x}{3} = \frac{y}{4}$$

$$3y = 4x$$

$$y = 4x$$

$$3$$

$$2\frac{1}{2} : x = 7$$

$$\frac{14x}{5} = z$$

$$5$$

$$x + \frac{4x}{3} + \frac{14x}{5} = 154$$

$$15x + 20x + 42x = 2310$$

$$77x = 2310$$

$$x = 2310 : 77 = 30. \text{ Удѣлъ перваго.}$$

Слѣдовашельно удѣлъ второго $30 \times 4 = 120 : 3 = 40$; удѣлъ претяго $30 \times 14 = 420 : 5 = 84$. Ибо $30 + 40 + 84 = 154$.

11. Два человекѣ имѣли по нѣсколь- ку денегъ: первой говорилъ другому, еже- ли я изъ твоихъ денегъ получу $\frac{2}{3}$, то бу- ду имѣть 60 руб. а второй сказалъ пер- вому: ежели я изъ твоихъ денегъ получу

$$\frac{3}{4};$$



$\frac{3}{4}$; то буду имѣть 80 руб. Спр. по скольку денегъ каждой изъ нихъ имѣль?

Положивъ, что первой имѣль денегъ x , другой y ; то будетъ

$$\frac{x + 2y}{5} = 50 \quad y + \frac{3x}{4} = 80$$

$$5x + 2y = 250$$

$$2y = 250 - 5x$$

$$y = \frac{250 - 5x}{2}$$

$$\frac{250 - 5x}{2} + \frac{3x}{4} = 80 \quad (\S \text{ 31. Ариѳ.})$$

$$250 - 5x + \frac{3x}{2} = 160$$

$$500 - 10x + 3x = 320$$

$$500 - 7x = 320$$

$$7x = 180$$

$$x = 180 : 7 = 25\frac{5}{7}. \text{ Столько денегъ имѣль первой.}$$

$$\text{Слѣдов. втор. имѣль } 250 - 25\frac{5}{7} \times 5 = 60\frac{5}{7}$$

$$\text{Ибо } 60\frac{5}{7} : \frac{2}{5} = 24\frac{2}{7} + 25\frac{5}{7} = 50, \text{ и } 25\frac{5}{7} : \frac{3}{4} = 19\frac{2}{7} + 60\frac{5}{7} = 80.$$

12. Четверо вообще имѣли нѣкоторую сумму денегъ, выключая перваго, было у всѣхъ 125 руб. безъ денегъ перваго было у нихъ 115 руб. безъ денегъ претяго находилось у нихъ 100 руб. безъ денегъ же четвер-

четвертаго было у нихъ 95 руб. Спр. по сколько денегъ каждой изъ нихъ имѣлъ?

Положивъ, что первой имѣлъ денегъ x второй y , третей z , четвертой v , всяжъ сумма S ; то будетъ

$$S - x = 125$$

$$S - y = 115$$

$$S - z = 100$$

$$S - v = 95$$

$$45 - 435 = S$$

$$35 = 435$$

$$S = 435 : 3 = 145. \text{ Вся сумма}$$

Слѣдовательно первой имѣлъ денегъ $145 - 125 = 20$; второй $145 - 115 = 30$; третей $145 - 100 = 45$, четвертой $145 - 95 = 50$. Ибо $20 + 30 + 45 + 50 = 145$.

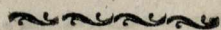
13. Трое имѣли по нѣскольку денегъ, такъ что ежели первой возметъ $\frac{1}{2}$ изъ всѣхъ денегъ втораго, второй $\frac{1}{3}$ изъ всѣхъ денегъ третьяго, а третей $\frac{1}{4}$ изъ всѣхъ денегъ перваго; то у всякаго изъ нихъ будетъ по 100 руб. Спр. по сколько денегъ каждой изъ нихъ имѣлъ?

Положивъ, что первой имѣлъ денегъ x , второй y , третей z ; то будетъ

$$x + \frac{y}{2} = 100; y + \frac{z}{3} = 100; z + \frac{x}{4} = 100;$$

$$2x + y = 200$$

$$y = 200 - 2x$$



$$y + \frac{z}{7} = 100$$

$$200 - 2x + \frac{z}{3} = 100 \text{ (§. 31. Ариѳ.)}$$

$$600 - 6x + z = 300$$

$$300 - 6x + z = 0$$

$$z = 6x - 300$$

$$z + \frac{x}{4} = 100$$

$$6x - 300 + \frac{x}{4} = 100 \text{ (31. Ариѳ.)}$$

$$24x - 1200 + x = 400$$

$$25x = 1600$$

$$x = 1650 : 25 = 64. \text{ Столько денегъ имѣлъ}$$

первой.

Слѣдовательно второй $200 - (64 \times 2 = 128) = 72$; прешей $64 \times 6 = 384 - 300 = 84$. Ибо $64 + \frac{72}{2} = 100$, $72 + \frac{84}{3} = 100$ и $84 + \frac{64}{4} = 100$.

14. Трое имѣли по нѣскольку денегъ: у первого со вторымъ было 70 руб. у первого съ третьимъ находилось 170 руб. а второй съ третьимъ имѣлъ 230 руб. Спр. Сколько денегъ каждой изъ нихъ имѣлъ?

Положивъ, что первой имѣлъ денегъ x , второй y , прешей z ; то будетъ

$$x + y = 70$$

$$x + z = 170$$

$$\underline{z + y = 230}$$

$$2x + 2y + 2z = 470$$

$$x + y + z = 235$$

$$x + y = 70 \text{ вычтено}$$

$z = 165$. Столько денегъ имѣлъ претей.

Слѣдовательно второй имѣлъ 230 — 165 = 65, первой 70 — 65 = 5. Ибо 5 + 65 = 70; 5 + 165 = 170; 165 + 65 = 230.

15. 126 раздѣлить на три части такъ, чтобъ, когда первая часть раздѣлился на 5, вторая умножится на 8, изъ претней вычтется 12; частное число, произведение и остатокъ были равны между собою. Спр. какія сущъ именно тѣ части?

Положивъ, что первая часть = x , вторая = y , претняя = z ; то будетъ

$$x + y + z = 126$$

но $\frac{x}{5} = 8y = z - 12$

$$40y = x \text{ и } 5z - 60 = x$$

$$y = \frac{x}{40} \quad 5z = x + 60$$

$$z = \frac{x + 60}{5}$$

$$x + \frac{x}{40} + \frac{x + 60}{5} = 126$$

$$200x + 5x + 40x + 2400 = 25200$$

$$245x + 2400 = 25200$$

$$245x = 22800$$

$$x = 22800 : 245 = 93 \frac{2}{49} \text{ Первая часть.}$$

Ж

Слѣд-

Слѣдовательно вторая часть $93 \frac{3}{49} : 40 = 2 \frac{15}{49}$; прѣшья $93 \frac{3}{49} + 60 : 5 = 30 \frac{30}{49}$. Ибо $93 \frac{3}{4} + 2 \frac{16}{49} + 30 \frac{30}{49} = 126$.

16. Ежели изъ троихъ первой возьметъ 46 руб. у второго, то онъ сдѣлается вдвое богаче его; ежелижъ второй получитъ отъ прѣшняго 69 руб. то онъ будетъ втрое богаче прѣшняго; а еспли прѣшей возьметъ у перваго 92 руб. то онъ сдѣлается вчетверо богаче перваго. Спр. По сколько денегъ у каждого изъ нихъ было?

Положивъ, что первой имѣлъ денегъ x , второй y , прѣшей z ; то будетъ

$$x + 46 = 2y + 92 \quad y + 69 = 3z - 207$$

$$x + 46 + 92 = 2y \quad y = 3z - 207 - 69$$

$$x + 138 = 2y \quad y = 3z - 276$$

$$y = \frac{x + 138}{2}$$

$$z + 92 = 4x - 368$$

$$z + 460 = 4x$$

$$x = \frac{z + 460}{4}$$

$$\frac{x + 138}{2} = 3z - 276$$

$$x + 138 = 6z - 552$$

$$138 + \frac{z + 460}{4} = 6z - 552$$

$$552 + z + 460 = 24z - 2208$$

$$z + 1012 = 24z - 2208$$

$$z \div 3220 = 24z$$

$$3220 = 23z$$

$$z = 3220 : 23 = 140, \text{ Столько денегъ имѣлъ претей.}$$

$$\text{Слѣдовательно первой } \frac{140 \div 460}{4} = 150;$$

$$\text{второй } 140 \times 3 = 420 - 276 = 144. \text{ Ибо } 150 \div 46 = 196 = 114 - 46 = 98 \times 2 = 196.$$

17. Трое издержали нѣкоторую сумму денегъ: первой со вторымъ вмѣстѣ издержалъ 2 руб. больше претяго, первой съ претымъ 6. руб. больше втораго, а претей со вторымъ 10. руб. больше перваго. Спр. По сколько каждой изъ нихъ издержалъ?

Положивъ, что первой издержалъ денегъ x , второй y , претей z ; то будетъ

$$x + y = z + 2$$

$$x + z = y + 6$$

$$y + z = x + 10$$

$$2x + 2y + 2z = x + y + z + 18$$

$$x + y + z = 18$$

$$x = 18 - y - z$$

$$x = 18 - x - 10 \text{ (§. 32. Ариѳ.)}$$

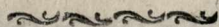
$$2x = 18 - 10$$

$$2x = 8$$

$$x = 8 : 2 = 4. \text{ Столько издержалъ первой.}$$

$$x + y + z = 18$$

$$y = 18 - x - z$$



$$y = 18 - y - 6 \text{ (§. 32. Ариѳ.)}$$

$$2y = 18 - 6$$

$$2y = 12$$

$$y = 12: 2 = 6. \text{ Столько издержалъ второй.}$$

$$x + y + z = 18$$

$$z = 18 - x - y$$

$$z = 18 - z - 2 \text{ (§. 32. Ариѳ.)}$$

$$2z = 18 - 2$$

$$2z = 16$$

$$z = 16: 2 = 8. \text{ Столько издержалъ третей.}$$

$$\text{Ибо } 4 + 6 = 8 + 2 = 10; 4 + 8 = 6 + 8 = 12, \text{ и } 6 + 8 = 4 + 10 = 14.$$

18. Изъ троихъ первой сказалъ про-
чимъ: дайте мнѣ 2. руб. то у меня бу-
детъ столько денегъ, сколько у васъ оста-
нется; второй въ такомъ же смыслѣ пре-
бывалъ 3 руб. а третей 4. руб. Спр. по
скольку денегъ каждой изъ нихъ имѣлъ?

Положивъ, что первой имѣлъ денегъ
x, второй y, третей z, а всѣхъ ихъ про-
ихъ сумма S; то будетъ

$$x + y + z = S$$

$$x + 2 = S - x - 2 \quad y + 3 = S - y - 3 \quad z + 4 = S - z - 4$$

$$2x + 2 = S - 2 \quad 2y + 3 = S - 3 \quad 2z + 4 = S - 4$$

$$2x = S - 4 \quad 2y = S - 6 \quad 2z = S - 8$$

$$x = \frac{S - 4}{2} \quad y = \frac{S - 6}{2} \quad z = \frac{S - 8}{2}$$

$$\frac{S-y}{2} + \frac{S-6}{2} + \frac{S-S}{2} = S$$

$$S-4 + S-6 + S-8 = 2S$$

$$3S - 18 = 2S$$

$$3S = 2S + 18$$

$S = 18$ Столько денегъ всѣ прое
имѣли.

Ибо $7 + 2 = 9 = 6 + 5 - 2 = 9$, и $6 + 3 = 9 = 7 + 5 - 3 = 9$ также; $5 + 4 = 9 = 7 + 6 - 4 = 9$.

19. Нѣкто имѣлъ при коня, да сѣдло съ приборомъ въ 55. руб. первой осѣдланной конь стоилъ столько, сколько второй и претей конь вмѣстѣ неосѣдланные; второму осѣдланному цѣна была вдвое больше первого и претяго коня неосѣдланныхъ; осѣдланой же претей конь стоилъ втрое больше первого и второго коня неосѣдланныхъ. Спр. чего стоилъ каждой конь.

Положивъ, что первой конь стоилъ x , второму цѣна y , а претей z ; то будемъ

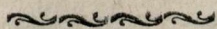
$$x + 55 = y + z, y + 55 = 2x + 2z, z + 55 = 3x + 3y$$

$$x = y + z - 55, y + 55 - 2x = 2z, z + 55 - 3y = 3x$$

$$\frac{y + 55 - 2z}{2} = x, \frac{z + 55 - 3y}{3} = x$$

Ж 3

у



$$y + z = 55 = \frac{y + 55 - 2z}{2}, \quad y + z = 55 = \frac{z + 55 - 3y}{3}$$

$$2y + 2z - 110 = y + 55 - 2z, \quad 3y + 3z - 165 = z + 55 - 3y$$

$$y + 2z - 110 = 55 - 2z, \quad 3y + 2z - 165 = 55 - 3y$$

$$y - 110 = 55 - 4z, \quad 6y + 2z - 165 = 55$$

$$y + 4z = 110 = 55 \quad 6y + 2z = 220$$

$$y + 4z = 165 \quad 6y = 220 - 2z$$

$$y = 165 - 4z \quad y = \frac{220 - 2z}{6}$$

$$165 - 4z = \frac{220 - 2z}{6}$$

$$990 - 24z = 220 - 2z$$

$$990 - 220 - 24z = 2z$$

$$770 - 24z = 2z$$

$$770 - 22z = 0$$

$$770 = 22z$$

$$z = \frac{770}{22} = 35. \text{ Цѣна претѣму коню.}$$

Слѣдовательно впорому коню цѣна
 $165 - 35 \times 4 = 25$; первому $25 + 35 = 60 -$
 $55 = 5$. Ибо $5 + 55 = 60$, и $25 + 35 = 60$.

20. Трое положили въ складку: пер-
 вой положилъ сполько, сколько имѣлѣ
 впорой, и сверхъхъ того $\frac{1}{3}$ денегъ претѣ-
 яго; впорой сполько, сколько имѣлѣ
 претей и сверхъхъ $\frac{1}{3}$ денегъ перваго; а
 претей положилъ 10. руб. и сверхъхъ $\frac{1}{3}$
 денегъ первагожѣ. Спр. по скольку денегъ
 каждой изъ нихъ положилъ въ складку?

Поло-

Положивъ, что первой положилъ а, второй в, а претей с; то будетъ

$$a = b + \frac{1}{3}c, \quad b = c + \frac{1}{3}a, \quad c = 10 + \frac{1}{3}a$$

$$a = 3b + c, \quad b - c = \frac{1}{3}a, \quad c - 10 = \frac{1}{3}a$$

$$3b - 3c = a \quad 3c - 30 = a$$

$$\frac{3b + c}{3} = 3b - 3c, \quad 3b - 3c = 3c - 30$$

$$3b + c = 9b - 9c, \quad 3b = 6c - 30$$

$$c = 6b - 9c, \quad b = 2c - 10$$

$$0 = 6b - 10c$$

$$\frac{10c}{6} = 2c - 10$$

$$6b = 100$$

$$100 = 12c - 60$$

$$b = \frac{100}{6}$$

$$0 = 2c - 60$$

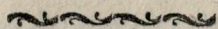
$$60 = 2c$$

$c = 60 : 2 = 30$. Столько денегъ претей положилъ въ складку.

Слѣдовательно второй положилъ $\frac{30 \times 10}{6}$

$= 50$; первой положилъ $50 \times 3 = 150 - (30 \times 3) = 60$. Ибо $60 = 50 + \frac{10}{3} = 60$.

21. Данъ пущь дневной одного ходока и пущь дневной другаго ходока, въ данное время за первымъ пошедшаго; найми время, въ которое онъ настижеть перваго?



Положивъ, что путь дневной первого ходока $= a$, второго $= b$, данное время $= c$, искомое время $= x$, то будетъ путь, въ данное время первымъ перейденной $= a c$, и что онъ же въ искомое время перейденъ $= a x$; путь же второго, въ искомое время перейденной $= b x$; то, въ силу содержанія задачи, будетъ слѣдующее сравненіе:

$$a c + a x = b x$$

$$a c = b x - a x$$

$$\frac{a c}{b - a} = x. \text{ Искомое время.}$$

То есть, ежели $a = 6$, $b = 8$, $c = 4$; то будетъ $x = 24 : 2 = 12$. Ибо еслии первой ходокъ въ 16, а другой въ 12 дней переходятъ показанной путь, пока не сойдутся вмѣстѣ, и первой изъ нихъ идетъ по 6 верстѣ на день, а другой по 8 верстѣ; то путь первого будетъ $6 \times 16 = 96$, а второго $8 \times 12 = 96$.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 107. Поелику изъ сравненія $a c = b x - a x$ можно вывести слѣдующую пропорцію: $b - a : a = c : x$; то изъ сего происходитъ слѣдующее правило:

Ежели одинъ ходокъ догоняетъ другого, по прошествіи нѣкотораго времени; то въ такомъ случаѣ разность путей, которые

порые въ одно время переходятъ оба ходока, къ пущю перваго будетъ содержаться такъ, какъ время, съ начала пущи перваго, до начала пущи втораго прошедшее, содержится къ времени, въ которое второй ходокъ догоняетъ перваго.

22. Данъ пущь дневной одного ходока и при томъ извѣстно время, съ начала пущи его минувшее; найди пущь дневной втораго ходока, то есть, по скольку верстъ на день долженъ идти второй ходокъ, чтобъ онъ могъ въ данное время догнать перваго ходока?

Положивъ, что пущь дневной перваго ходока $= a$, минувшее время $= b$, данное время $= c$, пущь дневной втораго ходока $= x$; то будетъ

$$\begin{array}{r} ab \div ac = cx \\ ab \div ac \\ \hline c \end{array} = x$$

На пр. $a = 6, b = 4, c = 12$; то будетъ

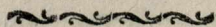
$$x = \frac{24 \div 72}{12} = 8.$$

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 108. Поелику изъ сравненія $ab \div ac = cx$ можно вывести слѣдующую пропорцію: $c:b \div c = a:x$; то изъ сего происходитъ слѣдующее правило:

Ж 5

Ежели



Ежели одинъ ходокъ догоняетъ другаго, по прошествіи нѣкопорого времени; то въ такомъ случаѣ время, въ которое онъ догоняетъ другаго, къ времени, съ начала пути минувшему, будетъ содержаться такъ, какъ дневной путь перваго ходока содержишься къ дневному пути впо-раго ходока.

23. Дано разстояніе мѣстъ, изъ коихъ въ одно время пошли два ходока, и припомъ извѣстенъ дневной путь обоихъ; найти время, въ которое они встрѣятся между собою?

Положивъ, что разстояніе мѣстъ = a , дневной путь перваго = b , дневной путь впо-раго = c , времяжъ встрѣчи ихъ = x ; то путь первымъ ходокомъ во время x перейденной будетъ = bx , путь впо-рымъ ходокомъ въ тоже время перейденной = cx .

По чему, когда они оба перешли все разстояніе мѣстъ, изъ коихъ въ одно время пошли, будетъ

$$bx + cx = a$$

$$\frac{bx + cx}{b + c} = x = \frac{a}{b + c}$$

На пр. $a = 120$, $b = 6$, $c = 4$; то будетъ $x = \frac{120}{10} = 12$. Время, въ которое они встрѣятся между собою.

24. Дана цѣна одной мѣры вина; най-
ти, сколько воды надобно прибавить въ
ту мѣру, чтобы можно было продавать
оное смѣшеніе меньшею противъ прежня-
го цѣною?

Положивъ, что большая цѣна вина =
а, меньшая = b, количество воды = x;
то, поелику вода никакой цѣны не имѣетъ,
будетъ

$$1 \uparrow x : 1 = a : b$$

$$b \uparrow bx = a$$

$$bx = a - b$$

$$x = \frac{a - b}{b} = a : b - 1$$

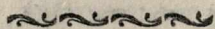
На пр. а = 16, b = 10; то будетъ $x = \frac{16}{10} - 1 = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$.

ПРИМѢЧАНІЕ

§. 109. Поелику изъ сравненія $bx = a - b$ можно вывести такую пропорцію: $x : 1 = a - b : b$; то изъ сего происходитъ слѣдующее правило:

Количество примѣшиваемой воды къ количеству вина содержащемуся такъ, какъ разность цѣнъ къ меньшей цѣнѣ.

25. Даны цѣны дорогаго и дешеваго вина; найди, сколько изъ копора-
го должно взять въ смѣшеніе, чтобы из-
вѣ-



вѣстную смѣшеннаго вина мѣру можно было продавати по данной средней цѣнѣ?

Положивъ, что цѣна одной мѣры вина дорогаго = a , дешеваго = b , цѣна средняя = c , количество одной мѣры = 1 , количество дешеваго вина, употребленнаго въ смѣшеніе = x ; то будетъ цѣна онаго = $b x$, количество дорогаго вина, употребленнаго въ смѣшеніе = $1 - x$, цѣна онаго = $a - a x$; и такъ

$$a - a x + b x = c$$

$$a + b x = c + a x$$

$$a = c + a x - b x$$

$$a - c = a x - b x$$

$$b - c$$

$$\frac{a - c}{a - b} = x$$

На пр. $a = 16$, $b = 10$, $c = 12$; то будетъ $x = \frac{16 - 12}{16 - 10} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

26. Трое припортовали вообще 9000 руб. но изъ того барыша первой со вторымъ взялъ 5000 руб. первой съ третьимъ 6000 руб. а второй съ третьимъ 7000 руб. Спр. Сколько которой въ особливости взялъ изъ того барыша?

Поло-

Положивъ, что бирышъ первого $= x$,
второго $= y$, третьяго $= z$, 5000 $= b$,
6000 $= c$, 7000 $= d$; то будетъ

$$\begin{array}{rcl} x + y = b & x + z = c & y + z = d \\ x = b - y & x = c - z & z = d - y \\ b - y = c - z - y & & \\ b - y = c - d + y & & \\ b = c - d + 2y & & \\ b + d = c + 2y & & \\ b + d - c = 2y & & \\ \frac{b + d - c}{2} = y & & \end{array}$$

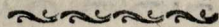
То есть, $y = 5000 + 7000 - 6000 =$
 $6000 : 2 = 3000$; $x = 5000 - 3000 = 2000$;
 $z = 7000 - 3000 = 4000$. Ибо $3000 + 2000$
 $+ 4000 = 9000$.

27. Трое положили въ складку: первой
изъ нихъ положилъ 20 руб. на 3 мѣсяца;
второй 40 руб. на 4 мѣсяца; третей 50
руб. на 5 мѣсяцевъ; и припорговали вооб-
ще 80. руб. Спр. Сколько копшой получатъ
изъ того барыша?

Положивъ, что складка первого $= a$,
второго складка $40 = b$, третьяго $50 = c$,
весь барышъ $80 = d$; барышъ первого $= x$,
второго $= y$, третьяго $= z$; то будетъ

$$\begin{array}{rcl} x + y + z = d \\ x : y = 3a : 4b & y : z = 4b : 5c & \end{array}$$

x:



$$x:3a=y:4b \quad y:4b=z:5c$$

$$3a:x=4b:y \quad 4b:y=5c:z$$

$$3a:x=4b:y=5c:z$$

$$3a+4b+5c:x+y+z=3a:x$$

$$=4b:y$$

$$=5c:z$$

$$3a+4b+5c:d=3a:x$$

$$3a d$$

$$\frac{3a+4b+5c}{3a d} = x$$

$$3b d$$

$$\frac{3a+4b+5c}{3b d} = y$$

$$5c d$$

$$\frac{3a+4b+5c}{5c d} = z$$

То есть, $x = 4800:470 = 10 \frac{10}{47}$; $y = 12800:470 = 27 \frac{11}{47}$; $z = 20000:470 = 42 \frac{26}{47}$.
Ибо $10 \frac{10}{47} + 27 \frac{11}{47} + 42 \frac{26}{47} = 80$.

28. Нѣкто на 4 руб. и 8 гривенъ купилъ 80 пшницъ, то есть, гусей, утокъ и цыплятъ; за каждого гуся заплатилъ по 12 копѣекъ, за каждую утку по 6 копѣекъ и за каждого цыпленка по 3 копѣйки. Спр. Сколько какихъ пшницъ въ особливости куплено?

Положивъ, что гусей куплено $= x$, утокъ $= y$, цыплятъ 80 — x — y ; то будемъ

x	y	$80 - x - y$
12	6	3

$$12x + 6y + 240 - 3x - 3y = 480$$

$$4x + 2y + 80 - x - y = 160$$

$$3x + y = 160 - 180 = 80$$

$$y = 80 - 3x$$

И такъ, ежели $x = 10$, будетъ $y = 50$,
а цыплятъ = 20. Ибо $10 + 50 + 20 = 80$.

29. Случилось 24 человекѣмъ, то есть,
Грекамъ, Туркамъ и Французамъ вмѣстѣ
ѣхашъ моремъ, съ коихъ за провозъ взято 64
гривны; Греки заплашили по 2 гривны, Турки
по 4 гривны, а Французы по 6 гривенъ. Спр.
Сколько было въ томъ числѣ Грековъ, Ту-
рокъ и Франгузовъ?

Положивъ, что было Грековъ = x , Ту-
рокъ = y , Франгузовъ = $24 - x - y$; то бу-
детъ

x	y	$24 - x - y$
2	4	6
$2x$	$4y$	$144 - 6x - 6y$
		$144 - 4x - 2y = 64 \text{ разд. на } 2.$
		$72 - 2x - y = 32$
		$40 - 2x - y = 0$
		$y = 40 - 2x$

И такъ, ежели $x = 18$, будетъ $y = 4$,
а Франгузовъ = 2. Ибо $18 + 4 + 2 = 24$.

ПРИ-


~~~~~

### ПРИМѢЧАНІЕ

§. 110. Изъ рѣшеній сихъ двухъ послѣднихъ задачъ явствуетъ, что первая изъ оныхъ можетъ рѣшена быть 26 разъ, то есть, вмѣсто  $x$  въ оной можно взять по изволению опмѣнные числа 26 разъ. Ибо  $26 \times 3 = 78$ ; 27 же разъ по изволению опмѣнные числа брать не можно, по тому что  $27 \times 3 = 81$  превышаетъ сіе число данное въ задачѣ 80 единицею. А вторая задача можетъ рѣшиться точно 12 разъ. Ибо  $12 \times 2 = 24$ . То есть, вмѣсто  $x$  въ оной можно взять опмѣнные числа 12 разъ.

### ПРИМѢРЫ ЗАДАЧЪ,

*состоящихъ изъ смѣшенноквадратнаго сравненія.*

1. Найди такое число, которое бы умножено будучи на 8 вмѣстѣ съ квадратомъ своимъ равно было 660.

Положивъ, что искомое число  $= x$ , то, въ силу содержанія задачи, будетъ слѣдующее сравненіе:

$$x \cdot 8 = 8x + x^2 = 66$$

$$\begin{array}{r} 16 \qquad 16 \text{ дополн. квад. изъ } \frac{8}{2} = 4 \\ \hline \end{array}$$

$$x^2 + 8x + 16 = 660 + 160$$

$$\sqrt{x^2 + 8x + 16} = 676,$$

$$x + 4 = 26$$

$$x = 26 - 4 = 22. \text{ Искомое число.}$$

Ибо



Ибо  $22 \times 22 = 484 + (22 \times 8) = 660$ .

2. Найти такое число, которое бы умножено будучи на 6 и изъ квадрата своего вычтено, было равно 72.

Положивъ, что искомое число  $= x$ ; то будетъ

$$x^2 - 6x = 72$$

$$\begin{array}{r} 9 \quad 9 \text{ дополн. квадр. изъ } \frac{6}{2} = 3 \\ \hline \end{array}$$

$$x^2 - 6x + 9 = 72 + 9$$

$$\sqrt{x^2 - 6x + 9} = 81$$

$$x - 3 = 9$$

$$x = 12. \text{ Искомое число.}$$

Ибо  $12 \times 12 = 144 - (12 \times 6) = 72$ .

3. Найти такое число, которое бы сложено будучи съ 156, было равно квадрату своему.

Положивъ, что неизвѣстное число  $= x$ ; то будетъ

$$x^2 = x + 156$$

$$x^2 - x = 156$$

$$\sqrt{x^2 - x} = 156 + \frac{1}{4}$$

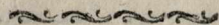
$$x - \frac{1}{2} = 12 \frac{1}{2}$$

$$x = 13. \text{ Искомое число.}$$

Ибо  $13 \times 13 = 169 = (156 + 13) = 169$ .

4. Число 30. раздѣлить на двѣ части такія, чтобы квадраты оныхъ содержались между собою, какъ 9:4.





Положивъ, что первая часть изъ даннаго числа  $= x$ , вторая  $= 30 - x$ ; то будемъ

$$x^2 : 900 - 60x + x^2 = 9 : 4$$

$$4x^2 = 8100 - 540x + 9x^2$$

$$8100 - 540x + 9x^2 - 4x^2 = 0$$

$$8100 - 540x + 5x^2 = 0$$

$$8100 + 5x^2 = 540x$$

$$5x^2 = 540x - 8100$$

$$x^2 = \frac{540x - 8100}{5}$$

$$x^2 - 108x = -1620$$

$$2916$$

$$2916 \text{ доп. кв. из. } \frac{108}{2} = 54$$

$$x^2 - 108x + 2916 = 1620 - 2916$$

$$\sqrt{x^2 - 108x + 2916} = 1296$$

$$x - 54 = 39$$

$$x - 54 - 36 = 0$$

$$x - 18 = 0$$

$$x = 18. \text{ Первая часть неизвѣст. числа.}$$

Слѣдовательно вторая часть  $30 - 18 = 12$ . Ибо  $18 \times 18 = 324$ , и  $12 \times 12 = 144$ . И поному

$$324 : 144 = 9 : 4.$$

36

$$\text{То есть, } \frac{324}{144} \Bigg| \frac{9}{4} = \frac{9}{4}.$$



5. Нѣкто отдавъ въ долгъ 2500 руб. по прошествіи двухъ лѣтъ получилъ всего и съ процентами 3025 руб. Спр. сколь великъ былъ процентъ?

Положивъ, что проценту получаемо было со 100 рубл. по  $x$ ; то будетъ

$$100 : x = 2500$$

$$\frac{2500x}{100} = 25x \text{ въ первой годѣ проценти.}$$

$$100 : x = 2500 + 25x$$

$$\frac{2500 + 25x^2}{100} \text{ во второй годѣ проценти.}$$

$$2500 + 25x + \frac{2500 + 25x^2}{100} = 3025$$

$$250000 + 2500x + 2500 + 25x^2 = 302500$$

$$2500x + 2500x + 25x^2 = 302500 - 250000$$

$$2500x + 2500x + 25x^2 = 52500$$

$$5000x + 25x^2 = 52500$$

$$25x^2 + 5000x = 52500$$

$$x^2 + 200x = 2100$$

$$\frac{10000 \quad 10000}{2} \text{ допол. квад. изъ } \frac{200}{2} = 100$$

$$x^2 + 200x + 10000 = 2100 + 10000$$

$$\sqrt{x^2 + 200x + 10000} = 12100$$

$$x + 100 = 110$$

$$x = 110 - 100 = 10. \text{ По столько руб.}$$

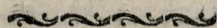
получаемо бы-

ло проценту

на 100 руб.

Ибо





Ибо  $100:10 = 250:250$  въ первой год. проц.

$100:10 = 2750:275$ . во втор. год. проц.

И такъ  $250 + 275 + 2500 = 3025$ .

6. Нѣсколько прохожихъ должны были заплашиться за ночлегъ 1. руб. 75. копѣекъ. Но какъ двое изъ нихъ ушли тайно; то на каждаго человѣка изъ оставшихся прибавилось за ушедшихъ плашиться лишку по 10. копѣекъ противъ настоящаго платежа. Спросить сколько было прохожихъ?

Положивъ, что число прохожихъ было  $= x$ , а останется ихъ  $= x - 2$ , то будетъ

$x:175 = 1:175$ . По столько бы коп.  
 $\frac{x}{x}$  каждой изъ всѣхъ  
 долженъ былъ заплашиться.

$x - 2:175 = 1:175$ . По столько коп.  
 $\frac{x-2}{x-2}$  каждой изъ оставшихся заплаш.

$$\frac{175}{x} = \frac{175}{x-2} - 10$$

$$\frac{175}{x} = \frac{175}{x-2} - 10x + 20$$

$$175 - 350 = 175x - 10x^2 + 20x$$

$$- 350 = 175x - 175x - 10x^2 + 20x$$

$$- 350 = - 10x^2 + 20x$$

$$10x^2 - 350 = 20x$$

$$x^2 - 35 = 2x$$



$$x^2 = 2x + 35$$

$$x^2 - 2x = 35$$

1

1. доп. кв. изъ  $\frac{2}{2} = 1$ 

$$x^2 - 2x + 1 = 35 + 1$$

$$\sqrt{x^2 - 2x + 1} = 36$$

$$x - 1 = 6$$

$$x = 7. \text{ Число прихожихъ.}$$

Ибо  $175 : 7 = 25$ , и  $175 : (7 - 2) = 35$ ;  
и такъ  $35 - 25 = 10$ .

7. На двѣ неравныя части по 1200. руб.  
раздѣлишь такъ, чтобъ каждой человѣкъ  
изъ меньшей части получилъ 5. руб. выше  
прошивъ каждого изъ большей; въ первой  
же части находилось 40 человѣкъ больше,  
нежели во второй. Спр. по скольку чело-  
вѣкъ находилось въ каждой части?

Положивъ, что въ меньшей части на-  
ходилось людей  $= x$ ; а въ большей  $x + 40$ ;  
то будетъ

$$\frac{1200}{x} = \frac{1200}{x + 40} + 5$$

$$\frac{1200}{x} = \frac{1200 + 5x + 200}{x + 40}$$

$$\frac{1200}{x} = \frac{1400 + 5x}{x + 40}$$

$$1400x + 5x^2 = 1200x + 48000.$$

$$1400x - 1200x + 5x = 48000$$

$$200x + 5x^2 = 48000$$



$$5x^2 + 200x = 48000$$

$$x^2 + 40x = 9600$$

$$\frac{400}{400} \quad 400 \text{ допол. кв. изъ } \frac{40}{2} = 20$$

$$x^2 + 40x + 400 = 9600 + 400$$

$$\sqrt{x^2 + 40x + 400} = 10000$$

$$x + 20 = 100$$

$x = 80$ . Столько людей было меньшей части.

Слѣдовательно людей было большей части  $80 + 40 = 120$ . Ибо  $1200 : 80 = 15$  и  $1200 : 120 = 10 + 5 = 15$ . Почему  $80 \times 15 = 1200$  и  $120 \times 10 = 1200$ .

8. Найти два числа, которыхъ бы произведение было равно 48, а разность ихъ квадратовъ равна 28.

Положивъ, что меньшее число  $= x$ ; то большее будетъ  $= \frac{48}{x}$ . И такъ

$$\frac{48}{x} \times \frac{48}{x} = \frac{23004}{x^2} \text{ и } \frac{x}{x^2}$$

$$\frac{2304}{x^2} - x^2 = 28$$

$$2304 - x^4 = 28x^2$$

$$2304 = 28x^2 + x^4$$

$$x^4 + 28x^2 = 2304$$

$$\frac{196}{196} \quad 196 \text{ допол. квадр. изъ } \frac{28}{2} = 14$$

$$x^4 + 28x^2 + 196 = 2304 + 196$$

$$\sqrt{x^4 + 28x^2 + 196} = 2500$$

$$x^2 + 14 = 50$$

$x^2$



$$x^2 = 50 - 14$$

$$\sqrt{x^2} = 36$$

$x = 6$ . Меньшее число.

Слѣдовательно большое  $= 48 : 6 = 8$ .

Ибо  $8 \times 6 = 48$ , и  $8 \times 8 = 64 - 36 = 28$

9. Нѣкто купя коня, продалъ оного за 56 руб. и по такому прибытку еще на 100 руб. припорговалъ то, что прежде заплашилъ за коня. Спр. сколько денегъ заплашилъ онъ за коня?

Положивъ, что цѣна коня  $= x$ ; то будетъ

$$100 : x = x : 56 - x$$

$$x^2 = 5600 - 100x$$

$$x^2 + 100x = 5600$$

$$\frac{2500}{x^2 + 100x + 2500} = 2500. \text{ Доп. кв. изъ } \frac{100}{2} = 50$$

$$x^2 + 100x + 2500 = 5600 + 2500$$

$$\sqrt{x^2 + 100x + 2500} = 8100$$

$$x + 50 = 90$$

$x = 40$ . Цѣна искомая коня.

Ибо  $100 : 40 = 40 : 16 = 56 - 40$

10. Найди два числа, которыхъ бы произведение было 20, а сумма ихъ кубовъ 189.

Положивъ, что первое число  $= x$ , второе  $\frac{20}{x}$ ; то будетъ

$$\frac{20}{x} \times \frac{20}{x} = \frac{400}{x^2} \times \frac{20}{x} = \frac{8000}{x^3} \text{ и}$$

$$x \times x = x^2 - x = x^3 + \frac{8000}{x^3} = 189$$

$$x^6 + 8000 = 189 x^3$$

$$x^6 - 189 x^3 = -8000$$

3 4

Дополн.



Дополн. квад. изъ  $\frac{189}{2} \quad 8930\frac{1}{4} \quad 8930\frac{1}{4}$

$$x^5 - 189x^3 + 8930\frac{1}{4} = 8930\frac{1}{4} - 8000$$

$$\sqrt{x^5 - 189x^3 + 8930\frac{1}{4}} = 930\frac{1}{4}$$

$$x^3 - 94\frac{1}{2} = 30\frac{1}{2}$$

$$x^3 = 125$$

$$\sqrt{x^3} = 125 =$$

$x = 5$ . Первое искомое число.

Слѣдовательно второе  $20 : 5 = 4$ . ибо  
 $5 \times 4 = 20$ , и  $5 \times 5 \times 5 = 125 + 64 = 189$ .

## ГЛАВА ВОСЬМАЯ.

о

Употребленіи сравненій Алгебраическихъ при рѣшеніи задачъ, къ пропорціи и прогрессіи какъ Арифметической, такъ и Геометрической принадлежащихъ.

### ЗАДАЧА XXXIII.

§. III. Показать количество произведенія двухъ крайнихъ членовъ въ пропорціи Геометрической.

#### РѢШЕНІЕ.

Первой случай. Когда будутъ даны три члена. На пр. первой  $= a$ , знаменатель содержанія  $= m$ ; то будетъ слѣдующая пропорція:

$$\begin{array}{r} a, ma, m^2a \\ \hline ma \quad a \\ \hline (ma)^2 = m^2a^2 \end{array}$$

Второй



Второй случай. Когда будутъ даны четыре члена. На пр. первой  $= a$ , знаменатель содержанія  $= m$ , третьей членъ  $= b$ ; то будетъ слѣдующая пропорція:

$$\begin{array}{ccc} a : ma & = & b : mb \\ \quad b & & a \\ \hline mab & = & mab \end{array}$$

### П Р И В А В Л Е Н І Е

§. 112. Изъ чего выводятся слѣдующія правила: когда въ пропорціи Геометрической даны будутъ три члена; то въ такомъ случаѣ произведеніе двухъ крайнихъ членовъ бываетъ равно квадрату средняго члена. (136 Ариѳ.). Когдажъ пропорція Геометрическая будетъ состоять изъ четырехъ членовъ, тогда произведеніе двухъ крайнихъ членовъ бываетъ равно произведенію двухъ среднихъ (§. 135. Ариѳ.).

### З А Д А Ч А XXXIV.

§. 113. Въ пропорціи Геометрической непрерывной дано произведеніе изъ квадрата третьяго члена на первой; найти первой членъ.

### Р Ъ Ш Е Н І Е.

Положивъ, что первой членъ  $= x$ , знаменатель содержанія  $= m$ , произведеніе изъ квадрата третьяго члена на первой  $= a$ ; то, поелику второй членъ  $= xm$ , третьей  $= m^2x$ , будетъ



$$a = m^4 x^2$$

$$a : m^4 = x^2$$

$$\sqrt[3]{a : m^4} = x$$

На пр.  $a = 648, m = 3$ ; то будетъ  $x$   
 $= \sqrt[3]{(648 : 81)} = \sqrt[3]{8} = 2$ . Слѣдовательно  
 $mx = 6, m^2 x = 18$ . Ибо  $2 \cdot 18 = 6 \cdot 6 = 36$ .

#### ЗАДАЧА. XXXV.

§. 114. Въ пропорціи Геометрической даны сумма перваго и четвертаго члена, сумма втораго и третьяго члена, знаменатель содержанія; найди первой членъ.

Положивъ, что перваго и четвертаго члена  $= a$ , сумма втораго и третьяго члена  $= b$ , знаменатель содержанія  $= m$ , первой членъ  $= x$ ; то будетъ второю членъ  $= mx$ , третей  $= b - mx$ , четвертой  $= a - x$ . И такъ.

$$x : mx = b - mx : a - x$$

$$ax - x^2 = mbx - m^2 x^2$$

$$a - x = mb - m^2 x$$

$$m^2 x - x = mb - a \quad \text{раздѣливъ на} \\ m^2 - 1$$

$$x = \frac{mb - a}{m^2 - 1}$$

На пр.  $a = 13, b = 11, m = 2$ ; то будетъ  $x = \frac{22 - 13}{4 - 1} = \frac{9}{3} = 3$ . Первой членъ. По чему  $mx = 6$ . И такъ будутъ четыре пропорціональные члена  $3 : 6 = 5 : 10$ .

ЗАДА-



## ЗАДАЧА XXXVI.

§. 115. Въ пропорціи Геометрической непрерывной даны сумма первого и шретьяго члена: знаменатель содержанія; найди первой членъ.

## РѢШЕНІЕ.

Положивъ, что сумма первого и шретьяго члена  $= a$ , знаменатель содержанія  $= m$ , первой членъ  $= x$ ; то будетъ второй членъ  $= mx$ , шрестей  $= m^2x$ . И такъ.

$$a = m^2x + x$$

$$a : (m^2 + 1) = x$$

На пр.  $a = 50$ ,  $m = 2$ ; то будетъ  $x = 50 : (4 + 1) = \frac{50}{5} = 10$  первой членъ  $mx = 20$  второй,  $m^2x = 40$  шрестей; слѣдовательно  $10 : 20 = 40 : 80$ .

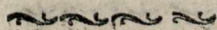
## ЗАДАЧА XXXVII.

§. 116. Показать, сколькими способами перемѣнены быть могутъ члены Геометрической пропорціи, не теряя содержанія между собою.

## РѢШЕНІЕ.

Перемѣняя данные члены пропорціи Геометрической всякимъ возможнымъ образомъ; и сравнивая суммы и разности ихъ и проч. между собою, поочасъ можно усмотрѣть, въ какихъ случаяхъ останеп-  
ся





ся пропорція, наблюдая при томъ всегда то только, чтобъ одинъ знаменатель въ обоихъ сравниваемыхъ между собою содержаніяхъ находился. На пр. положивъ слѣдующую пропорцію:  $a : ma = b : mb$ ; то будетъ.

1.  $a : b = ma : mb$
2.  $ma : a = mb : b$
3.  $a \div ma : a = b \div mb : b$
4.  $a \div ma : ma = b \div mb : mb$
5.  $ma \text{ — } a : a = b \text{ — } mb : b$
6.  $ma \text{ — } a : ma = b \text{ — } mb : mb$
7.  $a^2 : m^2 a^2 = b^2 : m^2 b^2$
8.  $a : mac = b : mbc$
9.  $\frac{a : ma}{c} = \frac{b : mb}{c}$
10.  $ac : ma = bc : mb$
11.  $\frac{a}{c} : ma = \frac{b}{c} : mb$
12.  $ac : mac = b : mb$
13.  $\frac{a}{c} : \frac{ma}{c} = b : mb$
14.  $ac : mac = bd : mbd$
15.  $\frac{a}{c} : \frac{ma}{c} = \frac{b}{d} : \frac{mb}{d}$
16.  $ac : mab = bc : mbd$
17.  $\frac{a}{c} : \frac{ma}{d} = \frac{b}{c} : \frac{mb}{d}$



$$18. a : mna = b : mnb$$

$$19. a : mna = \frac{b}{n} : mb.$$

### ПРИМѢЧАНІЕ 1.

§. 117. Во всѣхъ сихъ пропорціяхъ знаменители содержаній съ обѣихъ сторонъ равны между собою. На пр. въ пропорціи  $a + ma = a = b + mb$ :  $b$  знаменатель перваго содержанія  $a + ma$ :  $a$  естъ  $1 + m$ , и во второмъ содержаніи  $b + mb$ :  $b$  естъ такойже  $1 + m$ .

### ПРИМѢЧАНІЕ 2.

§. 118. Каждая изъ показанныхъ 19. пропорцій предлагаетъ особенное правило. На пр. пропорція подъ No: 1. положенная  $a : ma = b : m$  показываетъ, что когда чепыре количества будутъ пропорціональны между собою; то тогда первой членъ сордежится къ второму, такъ какъ претей къ чепвершному. Равнымъ образомъ пропорція, подъ No: 12. положенная  $as : mas = b : mb$ , изъясняетъ, что, когда въ пропорціи Геометрической первой и второй члены будутъ умножены на одно; по изволенію взятое число, и въ такомъ случаѣ члены оной будутъ пропорціональны между собою.

ЗАДА-



## ЗАДАЧА XXXVIII.

§. 119. Показать, какимъ образомъ перемѣнены быть могутъ два количества, келеряя прежняго содержанія между собою.

## РѢШЕНІЕ.

Положивъ, что мѣ количества суть а и ма, копорыя содержащя между собою, какъ 1 : m; то будетъ

I.

$$\begin{array}{r} a : ma \\ c \quad c \\ \hline ac : mac = a : ma \\ \quad \quad = 1 : m \end{array}$$

II.

$$\begin{array}{r} a : ma \\ c \quad c \\ \hline a : ma = 1 : m \\ c \quad c \\ \hline \quad \quad = 1 : m \end{array}$$

III.

$$\begin{array}{r} a : ma \\ b : mb \\ \hline a - b : ma - mb = a : ma \\ \quad \quad \quad = b : mb \\ \quad \quad \quad = 1 : m \end{array}$$

IV.

$$\begin{array}{r} a : ma \\ b \quad mb \\ \hline a + b : ma + mb = a : ma \\ \quad \quad \quad = b : mb \\ \quad \quad \quad = 1 : m \end{array}$$

## ПРИМѢЧАНІЕ

§. 120. Изъ показанныхъ чепырехъ перемѣнъ, учиненныхъ въ разсужденіи двухъ количествъ, выводятся чепыре слѣдующія правила:

1. Когда два количества будутъ умножены на одно шреліе, по изводенію взятое число; то произшедшія изъ того произ-



произведенія содержащя между собою, какъ умноженныя тѢ количества.

2. Когда два количества будутъ раздѣлены на одно прѣиѣ, по изволѣнїю взятое число; то произошедшїя изъ того частныя числа содержащя между собою, какъ тѢ раздѣленныя количества.

3. Когда ошныя части содержащя между собою, какъ цѢлыя количества; то и оставшїяся части будутъ содержащя между собою, какъ цѢлыя количества.

4. Когда приданныя количества содержащя между собою, какъ тѢ, къ коимъ оныя приданы; то и суммы, изъ того произшедшїя, будутъ имѣть такоежѣ содержанїе между собою.

### ЗАДАЧА XXXIX.

§. 121. Въ прогрессїи Ариѣметической даны первой членъ, послѣдней членъ и разность членовъ; найти число членовъ и сумму оныхъ.

### РѢШЕНІЕ.

Положивъ, что первой членъ  $= a$ , послѣдней членъ  $= b$ , разность членовъ  $= d$ , число членовъ  $= x$ , сумма оныхъ  $= u$ ; то будетъ





$$\begin{aligned}
 x &= \frac{b+a}{d} \quad y = \frac{b+a}{2} \times x \quad (\S. 185. \text{Ариф.}) \\
 b &= dx - d + a \quad (\S. 178. \text{Ариф.}) \quad y = \frac{b+a}{2} \times \frac{b-a+d}{d} \\
 b - a + d &= dx \\
 x &= \frac{b-a}{d} + 1 \quad y = \frac{b^2 - a^2 + ad + bd}{2d} \\
 &\quad y = \frac{b^2 - a^2}{2d} + \frac{a+b}{2}
 \end{aligned}$$

На пр.  $a = 2, b = 17, d = 3$ ; то бу-  
 детъ  $x = (17 - 2) : 3 = 5 + 1 = 6$ ;  $y =$   
 $17 \times 17 = 289 - (2 \times 2) = 285 : 6 = 47\frac{1}{2} +$   
 $(17 + 2 : 2) = 57.$

#### ЗАДАЧА XL.

§. 122. Въ прогрессии Арифметической  
 даны первой членъ; разность членовъ и  
 сумма всѣхъ оныхъ; найди число членовъ  
 и послѣдней членъ.

#### РѢШЕНІЕ.

Положивъ, что первой членъ  $= a$ ;  
 разность членовъ  $= d$ , сумма всѣхъ чле-  
 новъ  $= c$ , число членовъ  $= x$ , послѣдней  
 членъ  $= y$ ; то будетъ.

$$\begin{aligned}
 c &= \frac{x}{2}(a + y) & a + dx - d &= y \\
 2c &= ax + xy \\
 2c - ax &= xy \\
 \frac{2c - ax}{x} &= y
 \end{aligned}$$



$$\frac{2c - ax}{x} = a + dx - d$$

$$2c - ax = ax + dx^2 - dx$$

$$2c = dx^2 + ax - dx + ax$$

$$2c = dx^2 + 2ax - dx$$

$$\frac{2c}{d} = x^2 + \frac{(2ax - dx)}{d} - \frac{2a - d}{d} = m$$

$$\frac{2c}{d} = x^2 + \frac{(2a - d)x}{d}$$

$$\frac{2c}{d} = x^2 + mx$$

$$\sqrt{\frac{2c}{d} + \frac{1}{4}m^2} = x + \frac{1}{4}m$$

$$\frac{2c}{d} + \frac{1}{4}m^2 = x + \frac{1}{2}m$$

$$\left(\frac{2c}{d} + \frac{1}{4}m^2\right) - \frac{1}{2}m = x$$

$$x = \frac{(4a^2 + 4ad^2 + d^2 - 2c)}{4d} - \frac{2a + d}{2d}$$

На пр.  $a = 2, d = 3, c = 57$ ; то будетъ

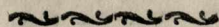
$$\begin{aligned} \frac{4 - 3}{3} &= \frac{1}{3}; x = \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{9} : \frac{1}{4} = \frac{1}{36} + 38 \\ &= \sqrt{\frac{1369}{36}} = \frac{37}{6} - \frac{1}{6} = \frac{36}{6} = 6; y = 3 \times 6 = 18 \\ + 2 &= 20 - 3 = 17. \end{aligned}$$

### ЗАДАЧА. XII.

§. 123. Въ прогрессіи Арифметической даны первой членъ, послѣдній членъ, сумма

И ма





ма всѣхъ членовъ; найди число членовъ и разность оныхъ.

### РѢШЕНІЕ.

Положивъ, что первой членъ  $= a$ , послѣдней  $= b$ , сумма всѣхъ членовъ  $= c$ , число членовъ  $= x$ , разность оныхъ  $= y$ ; то будетъ

$$\begin{array}{ll} \frac{x}{2}(a+b) = c & a+y-x = b \\ xy - y = b-a & \\ x(a+b) = 2c & xy = b+y-a \\ x = \frac{2c}{a+b} & x = \frac{b+y-a}{y} \end{array}$$

$$\frac{2c}{a+b} = \frac{b+y-a}{y}$$

$$\frac{2cy}{a+b} = b+y-a$$

$$2cy - ab + ay = a^2 + b^2 + by - ab$$

$$2cy = ay - a^2 + b^2 + by$$

$$2cy - ay - by = b^2 - a^2$$

$$y = \frac{b^2 - a^2}{2c - a - b}$$

На пр.  $a = 2, b = 17, c = 57$ ; то будетъ  $x$   
 $= 57 \times 2 = \frac{114}{2+17} = 6, y = 17 \times 17 = 289 +$

$$(2 \times 2 = 4) = \frac{285}{114-2-17} = 3.$$

ЗАДА-

буд



## ЗАДАЧА XLII.

§. 124. Въ прогрессіи Ариѣметической даны разность членовъ, сумма оныхъ, и одинъ членъ изъ прогрессіи; найди первой и послѣдней члены.

## РѢШЕНІЕ.

Положивъ, что разность членовъ =  $d$ , сумма оныхъ =  $c$ , данной изъ прогрессіи членъ =  $n$ , первой членъ =  $x$ , а послѣдней =  $y$ ; то будетъ

$$\frac{x}{2} n (x + y) = c \quad y = x + nd - d$$

$$n (x + y) = 2c$$

$$x + y = \frac{2c}{n}$$

$$y = \frac{2c}{n-x}$$

$$\frac{2c}{n-x} = x + nd - d$$

$$2c : n - x = x + nd - d$$

$$2c : n = 2x + nd - d$$

$$2c : n + d = 2x + nd$$

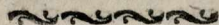
$$2c : n + d - nd = 2x$$

$$\frac{2c}{n} + (d - nd) = 2x$$

$$\frac{c}{n} + \frac{(d - nd)}{2} = x$$

На пр.  $d = 3$ ,  $c = 57$ ,  $n = 6$ ; то  
будетъ  $x = \frac{57}{6} + 3 = \frac{57}{6} + \frac{18}{2} - \frac{18}{2} = \frac{57}{6}$   
И 2





$$\dagger 9 = \frac{66}{6} \dagger = 11 - 9 = 2; y = 2 \dagger 18 \\ = 20 - 3 = 17.$$

## ЗАДАЧА XLIII.

§. 125. Въ прогрессіи Арифметической даны послѣдней членъ, разность членовъ, сумма оныхъ; найди первой членъ и число членовъ.

## РѢШЕНІЕ.

Положивъ; что послѣдней членъ  $= b$ , разность членовъ  $= d$ , сумма оныхъ  $= c$ , первой членъ  $= x$ , число членовъ  $= y$ ; то будетъ

$$\begin{aligned} \frac{y}{2} (x \dagger b) &= c & b &= x \dagger dy - d \\ y (x \dagger b) &= 2c & b \dagger d &= x \dagger dy \\ x \dagger b &= \frac{2c}{y} & b \dagger d - dy &= x \end{aligned}$$

$$x = \frac{2c}{y} - b$$

$$\frac{2c}{y} - b = b \dagger d - dy$$

$$2c - by = by \dagger dy - dy^2$$

$$2c - by \dagger dy^2 = by \dagger dy$$

$$2c \dagger dy^2 = 2by \dagger dy$$

$$\frac{2b - d}{d} = m$$

$$dy^3 = 2by \dagger dy - 2c$$

$$dy^2 - 2by - dy = 2c$$

$$y^2 - \frac{(2b - d)}{d} y = -\frac{2c}{d}$$

 $y^2$



$$y^2 - my = -\frac{2c}{d}$$

$$y^2 - my + \frac{1}{4}m^2 = \frac{1}{4}m^2 - \frac{2c}{d}$$

$$\frac{1}{2}m - y, \text{ или } y - \frac{1}{2}m = \sqrt{\frac{1}{4}m^2 - \frac{2c}{d}}$$

$$y = \frac{1}{2}m \pm \sqrt{\frac{1}{4}m^2 - \frac{2c}{d}}.$$

$$\begin{aligned} \text{Или, } y &= 2b + d \pm \sqrt{4b^2 + 4bd + d^2 - \frac{2c}{d}} \\ &= 2 + d \pm \sqrt{4b^2 + 4bd + d^2 - \frac{8cd}{2d}} \end{aligned}$$

Слѣдовательно  $x = b + d - b - \frac{1}{2}d \pm \frac{1}{2}\sqrt{4b^2 + 4bd + d^2 - 8cd} = \frac{1}{2}d \pm \frac{1}{2}\sqrt{4b^2 + 4bd + d^2 - 8cd}$ . Но какъ  $(4b^2 + 4bd + d^2) = (2b + d)^2$ ; то положивъ, что  $b = 17$ ,  $d = 3$ ,  $c = 57$ , будетъ  $2b + d = 34 + 3 = 37$ . И потому  $y = 37 - \sqrt{1369 - 1368} = \frac{37-1}{6} = \frac{36}{6} = 6$ ;  $x = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = \frac{4}{2} = 2$ .

#### ЗАДАЧА XLIV.

§. 126. Въ прогрессіи Арифметической даны сумма всѣхъ членовъ, число оныхъ и произведение изъ перваго члена на послѣдней; найти первой и послѣдней члены.

#### РѢШЕНІЕ.

Положивъ, что сумма всѣхъ членовъ =  $s$ , число оныхъ =  $n$ , произведение изъ перваго члена на послѣдней =  $a$ , первой членъ =  $x$ , послѣдней =  $y$ ; то будетъ

И 3

$\frac{1}{2}$



$$\frac{y}{2} n(x + y) = c \quad a = xy$$

$$n(x + y) = 2c \quad \underline{a} = y$$

$$x + y = \frac{2c}{n} \quad x$$

$$y = \frac{2c}{n} - x$$

$$\frac{a}{x} = \frac{2c}{n} - x$$

$$a = \frac{2cx}{n} - x^2$$

$$x^2 = \frac{2cx}{n} - a$$

$$x^2 - \frac{2cx}{n} + \frac{c^2}{n^2} = \frac{c^2}{n^2} - a$$

$$\frac{c}{n} \pm x = V\left(\frac{c^2}{n^2} - a\right)$$

$$\frac{c}{n} \pm V\left(\frac{c^2}{n^2} - a\right) = x$$

То есть, принимая знак —, найдем-  
ся  $x$ , принимаяжб знак  $+$ , найдемся  $y$ .  
На пр.  $c = 57$ ,  $n = 6$ ,  $a = 34$ ; по бу-  
дмб  $x = \frac{57}{6} - V\left(\frac{3249}{36} - 34\right) \frac{57}{6} -$   
 $V\left(\frac{3249 - 1224}{36}\right) = \frac{57}{6} - V\frac{2025}{36} = \frac{57}{6} - \frac{45}{6}$   
 $= \frac{12}{6} = 2$ ;  $y = \frac{57}{6} + \frac{45}{6} = \frac{102}{6} = 7$ .

#### ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXII.

§ 127. Сумма нѣсколькихъ членовъ,  
состоящихъ въ прогрессіи Арифметической,  
начи-



начинающейся съ единицы, называется *полигональное число* (numerus Polygonus); въ особливости же именуется *треугольное* (numerus triangularis), когда разность членовъ въ прогрессіи Ариеметической будетъ 1; *квадратное*, или, *тетрагональное* (numerus quadratus), когда разность будетъ 2; *пентагональное* (pentagonus), когда разность будетъ 3; *эксагональное* (hexagonus), когда разность будетъ 4, и такъ далѣе. На пр.

Ариѳ. прогрессіи: 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8.

Треугол. число 1. 3. 6. 10. 15. 21. 28. 36.

Ариѳ. прогр. 1. 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15.

Квадр. число. 1. 4. 9. 16. 25. 36. 49. 64

Ариѳ. прогр. 1. 4. 7. 10. 13. 16. 19. 22.

Пентаг. число. 1. 5. 12. 22. 35. 51. 70. 92.

Ариѳ. прогр. 1. 5. 9. 13. 17. 21. 25. 29.

Эксагон. число 1. 6. 15. 28. 45. 66. 91. 120.

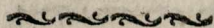
#### ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXIII.

§. 128. *Бокомъ* (latus) полигональнаго числа называется число шѣхъ членовъ прогрессіи Ариеметической, которые складываются и составляютъ полигональное число.

#### ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXIV.

§. 129. *Числомъ угловъ* (numerus angulorum) называется число показывающее, сколько угловъ та фигура имѣетъ, отъ ко-





рой полигональное число получаетъ свое названіе.

#### ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 130. Такимъ образомъ число угловъ въ преугольныхъ есть 3, въ квадратныхъ 4, въ пентагональныхъ 5. и проч.

#### ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 131. По елику разность членовъ въ преугольномъ числѣ есть 1. въ квадратномъ 3. и проч. то число угловъ всегда бываетъ числомъ 2 больше разности членовъ той прогрессіи, изъ сложенія которой полигональные числа происходятъ.

#### ЗАДАЧА XLV.

§. 132. Показать, чему равняется произведеніе двухъ крайнихъ членовъ въ прогрессіи Геометрической.

#### РѢШЕНІЕ.

Положивъ, что первой членъ прогрессіи =  $a$ , знаменатель содержанія =  $m$ ; то будетъ слѣдующая прогрессія:

$$\begin{array}{ccccccc}
 a, & ma, & ma^2, & ma^3, & ma^4, & ma^5, & ma^6 \\
 \frac{ma}{a} & & \frac{ma^2}{ma} & \frac{ma^3}{ma^2} & & \frac{ma^5}{ma^4} & \frac{a}{ma^6} \\
 \hline
 ma & = & ma & = & ma & = & ma
 \end{array}$$

Изъ самаго рѣшенія явствуетъ, что въ прогрессіи Геометрической произведеніе двухъ крайнихъ членовъ равняется произ-  
номъ



веденію другихъ двухъ членовъ, въ равномъ разстояніи находящихся отъ оныхъ, а среднему, безъ сравненія съ другимъ остающемся, самому на себя умноженному.

#### ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 133. И такъ въ прогрессіи геометрической послѣдней членъ равняется произведенію, произшедшему изъ умноженія перваго члена на знаменатель содержанія, возвышеннаго въ степень единицею меньше противъ числа членовъ. На пр.

Положивъ, что первой членъ  $= a$ , знаменитель содержанія  $= m$ , число членовъ  $= n$ , послѣдней членъ  $= x$ ; то будетъ  $x = m^{n-1} a$ . То есть, еслили  $a = 1$ ,  $m = 2$ ,  $n = 8$ ; то будетъ  $x = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 1 = 128 \times 1 = 128$ .

#### ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

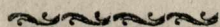
§. 134. Изъ чего явствуетъ, что еслили разность крайнихъ членовъ въ прогрессіи Геометрической раздѣлился на знаменателя, единицею уменьшеннаго, и къ тому приложился послѣдней членъ; то произойдетъ изъ того сумма всѣхъ членовъ. На пр. положивъ, что первой членъ  $= a$ , знаменатель содержанія  $= m$ , число членовъ  $= n$ ; то будетъ послѣдней членъ  $m^{n-1} a$  (§. 133).

Слѣдовательно сумма всѣхъ

И 5

чле-





членовъ =  $\frac{m}{m-1} \frac{a-a^{n-1}}{a-a^{n-1}} + m a^{n-1}$ . То есть, ежели  $a = 1$ ,  $m = 2$ ,  $n = 8$ ; то будетъ  $128 - 1 : (2 - 1) = 127 + 1 = 128$  сумма всѣхъ членовъ.

#### ЗАДАЧА XLVI.

§. 135. Въ прогрессіи Геометрической даны первой и послѣдней члены покажъ число оныхъ; найди знаменатель содержанія.

#### РѢШЕНІЕ.

Положивъ, что первой членъ =  $a$ , послѣдней членъ =  $b$ , число членовъ =  $n$ , знаменатель содержанія =  $x$ ; то будетъ.

$$\begin{aligned} b &= x a^{n-1} \\ \frac{b}{a} &= x^{n-1} \\ \frac{1}{b} : \frac{1}{a} &= \frac{1}{x^{n-1}} \end{aligned}$$

То есть, ежели  $a = 2$ ,  $b = 486$ ,  $n = 6$ ; то будетъ  $x = \sqrt[5]{486 : 2} = \sqrt[5]{234} = 3$ . Или  $6 : 2 = 3$ .

#### ЗАДАЧА XLVII.

§. 136. Въ прогрессіи Геометрической даны знаменатель содержанія, число членовъ, сумма оныхъ; найди первой членъ.

РѢШЕ-



## РѢШЕНІЕ

Положивъ, что знаменатель содержа-  
нія  $= m$ , число членовъ  $= n$ , сумма  
всѣхъ членовъ  $= c$ , первой членъ  $= x$ ;

то будетъ послѣдней членъ  $= m x$ . И такъ.

$$c = (m x - x) : m - 1 + m x$$

$$m c - c = m x - x$$

$$(m c - c) : (m - 1) = x =$$

$$(m - 1) c : m - 1$$

То есть, ежели  $m = 3$ ,  $n = 6$ ,  $c = 728$ ; то будетъ  $x = 2 \times 728 : 728 = 2$ .  
Ибо  $(486 - 2) : 2 + 486 = 243 - 1 + 486 = 242 + 486 = 728$ .

## ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 137. Поелику изъ сравненія  $m c -$   
 $n - 1$

$c = m x - x$ , можно вывести такую про-

порцію:  $c : x = m - 1 : m - 1$ ; то про-  
исходишъ изъ сего слѣдующее правило:  
сумма членовъ въ прогрессіи Геометриче-  
ской къ первому оной члену содержащаяся,  
какъ степень знаменателя содержанія,  
коей указатель равенъ числу членовъ,  
уменьшенная единицею, къ самому зна-  
менателю, единицеюжъ уменьшенному.

ЗАДАЧА



## ЗАДАЧА XLVIII.

§. 138. Въ прогрессіи Геометрической даны первой и послѣдней члены, такожѣ знаменатель содержанія; найти число членовъ.

## РѢШЕНІЕ.

Положивъ, что первой членъ =  $a$ , послѣдней членъ =  $b$ , знаменатель содержанія =  $n$ , число членовъ =  $x$ ; то будетъ

$$b = m a^{n-1}$$

Вмѣсто  $a$  принявъ логаримъ его =  $a_1$ , и вмѣсто  $m$  также принявъ логаримъ его =  $l m$ ; то будетъ

$$x l m - l m + l a = l b \quad (\S. 290 \text{ и } 288. \text{ Ариѳ.})$$

$$x l m = l b - l a + l m$$

$$x = (l b - l a) : l m + 1$$

То есть, ежели  $a = 2$ ,  $b = 486$ ,  $m = 3$ ; то будетъ

$$l b = 2.6866363$$

$$l a = 0.3010300$$

$$l b - l a = 2.3856063 \quad \left. \begin{array}{l} \} 5 \\ \} 1 \end{array} \right\}$$

$$l m = 0.4771212 \quad \left. \begin{array}{l} \} 5 \\ \} 1 \end{array} \right\}$$

$$6 = x. \text{ Число член.}$$

## ЗАДАЧА XLIX.

§. 139. Въ прогрессіи Геометрической даны произведеніе изъ перваго члена на послѣдней, число членовъ и знаменатель содержанія



содержанія; найти первой и послѣдней члены.

### РѢШЕНІЕ.

Положивъ, что произведеніе изъ перваго члена на послѣдней  $= f$ , число членовъ  $= n$ , знаменатель содержанія  $= m$ , первой членъ  $= x$ , послѣдней  $= y$ ; то будетъ

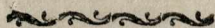
$$\begin{aligned} xy &= f & n-1 \\ m x &= y \\ y &= f : x \\ f : x &= m x^{n-1} \\ f &= m x^n \\ f : m &= x^n \\ x &= \sqrt[n]{f : m} \end{aligned}$$

То есть, ежели  $m = 3$ ,  $n = 6$ ,  $f = 972$ ; то будетъ  $x = \sqrt[6]{972 : 3} = \sqrt[6]{243} = \sqrt[6]{4} = 2$ .

### ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXV.

§. 140. Три, или четыре количества *Гармонически пропорціональныя* (*quantitates harmonice proportionales*) называются, когда въ первомъ случаѣ разность перваго и втораго члена къ разности втораго и третьяго содержанія такъ, какъ первой къ третьему; а во второмъ случаѣ, когда разность перваго и втораго члена къ разности





ности шретьяго и четвертаго содержится такъ, какъ первой къ четвертому. На пр. Гармонически пропорціональныя будутъ при слѣдующія числа: 2. 3. 6. Ибо разность перваго и втораго = 1. содержи- ся какъ  $1 : 3 = 2 : 6$

### П Р И В А В Л Е Н І Е.

§. 141. Пропорціональные члены, по первому случаю продолжающіеся, составля- ютъ *Гармоническую прогрессию* (Harmonicas progressiorem).

### З А Д А Ч А I.

§. 142. Найди шретье Гармонически про- порціональное число къ двумъ даннымъ числамъ.

### Р Ъ Ш Е Н І Е.

Положивъ, что первое число =  $a$ , вто- рое =  $b$ , шретье =  $x$ ; то будетъ

$$a - b : b - x = a : x \quad (\S. 139.)$$

$$ax - bx = ab - ax$$

$$2ax - bx = ab$$

$$x = \frac{ab}{2a - b}$$

На пр.  $a = 10$ ,  $b = 16$ ; то будетъ  $x = 16 \times 10 : (10 \times 2 - 16) = 40$ . Ибо  $10 - 16 : 16 - 40 = 10 : 40$ , или  $6 : 24 = 10 : 40$

ЗАДА-



## ЗАДАЧА LI.

§. 143. Найди среднее Гармонически пропорціональное число между двумя данными числами.

## РѢШЕНІЕ.

Положивъ, что первое число  $= a$ , второе  $= b$ , среднее  $= x$ ; то будетъ

$$a : x :: x : b = a : b \text{ (§. 139.)}$$

$$ab - bx = ab - ax$$

$$2ab - bx = ax$$

$$2ab = ax + bx$$

$$\frac{2ab}{a+b} = x$$

На пр.  $a = 10$ ,  $b = 40$ ; то будетъ  $x = 10 \times 2 \times 40 : (10 + 40) = 16$ .

## ЗАДАЧА LII.

§. 144. Найди четвертое Гармонически пропорціональное число къ тремъ даннымъ числамъ.

## РѢШЕНІЕ.

Положивъ, что первое число  $= a$ , второе  $= b$ , третье  $= c$ , четвертое  $= x$ ; то будетъ

$$a : b :: c : x = a : x \text{ (§. 139.)}$$

$$ax - bx = ac - ax$$

$$2ax - bx = ac$$

$$x = \frac{ac}{2a - b}$$

На



На пр.  $a = 6$ ,  $b = 8$ ,  $c = 12$ ; то  
будетъ  $x = 6 \times 12 : (6 \times 2 - 8) = 18$ .

## ГЛАВА ДЕВЯТАЯ

о

*Употребленіи сравненій Алгебраическихъ  
при рѣшеніи Геометрическихъ задачъ.*

### ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXVI.

§. 145. Конструкціею Геометрическою (constructio Geometrica) называется такое искусство, помощію котораго члены Алгебраическихъ сравненій изображаются линиями.

### ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 146. Поелику въ сей практикѣ вмѣсто Алгебраическихъ знаковъ поставляются линии; то должно смотрѣть на взаимное отношеніе количествъ, содержащихся въ сравненіи, и стараться о томъ, чѣмъ, по надлежащемъ соединеніи Арифметическихъ и Геометрическихъ истинъ, тоже было сравненіе. Что всего яснѣе можно понять изъ приложенныхъ примѣровъ.

### ЗАДАЧА III.

§. 147. Рѣшить алгебраическимъ образомъ Геометрическую задачу.

РѢШЕ-

*нетъ въ знакахъ*



## РѢШЕНІЕ

Что при рѣшеніи ариѣметическихъ задачъ чрезъ сравненія наблюдать предписано, все то самое и здѣсь наблюдать должно. И какъ весьма рѣдко при рѣшеніи геометрическихъ задачъ доходить можно до такоужь сравненія, какое для рѣшенія ариѣметическихъ задачъ употребляется; то сверхъ того здѣсь примѣчашь надлежитъ въ особливости слѣдующее:

1. Все то, что для рѣшенія предлагается, должно представлять уже рѣшеннымъ, или сдѣланнымъ.

2. Должно изыскивать взаимныя отношенія всѣхъ линей, въ фигурѣ изображенныхъ, не дѣлая припомъ никакого различенія между извѣстными и неизвѣстными, чтобъ видно было, какимъ образомъ однѣ линей отъ другихъ зависятъ, то есть, какимъ образомъ чрезъ однѣ данныя линей находятся купно и другія или чрезъ подобные преугольники, или чрезъ прямоугольники, или чрезъ другія Теоремы.

3. Чтобъ имѣть подобные преугольники и прямоугольники; то часто надобно продолжая линей до тѣхъ поръ, пока онѣ прямо, или не прямо сдѣлаются равныя даннымъ, или оныя пересѣкутъ; часто надобно проводить параллельныя и





перпендикулярныя linee; часпо надобно соединяшь нѣкоторыя почти, и наконецъ часпо надобно дѣлать углы равные даннымъ. И какъ все сіе почерпается изъ Геометріи; то на сей конецъ надлежитъ твердо содержать въ памяти Теоремы о равенствѣ угловъ и подобіи треугольниковъ.

4. Ежели ийдено будетъ до такого сравненія, которое не согласно съ содержаніемъ задачи; то въ такомъ случаѣ должно другимъ образомъ изыскивать взаимныя отношенія линей. Иногда же находится и не прямо искомая линия, но другая, чрезъ которую и самая данная извѣстна бываетъ.

5. По учиненіи приведенія сравненія, должно выводитъ Геометрическую конструцію разными образами, смотря по различію сравненій.

#### ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 148. Поелику здѣсь одни токмо простѣйшіе Алгебраическіе случаи примѣрами Геометрическими объяснены бытъ имѣютъ; то довольно показать, какимъ образомъ составляются простыя и квадратицкія сравненія.

#### ЗАДАЧА LIV.°

§. 149. Составить простыя сравненія.  
РѢШЕ-



## РѢШЕНІЕ.

Все искусство состоишѣ въ томѣ, чтобѣ дробѣ, коимѣ не извѣстное число равно, приведены были въ пропорціональные члены. Что самое гораздо лучше примѣрами, нежели правилами, показать можно. И такѣ

1. Сравненіе  $x = a$  показываетѣ, что данной линіѣ  $a$  равна неизвѣстная  $x$ .

2.  $x = a + b$ , или  $x = a - b$  показываетѣ, что неизвѣстная линія  $x$  равна суммѣ, или разности двухъ извѣстныхъ линій.

3.  $x = \frac{a}{b}$  показываетѣ, что неизвѣстная линія  $x$  изображаетѣ содержаніе двухъ данныхъ линій, то есть, неизвѣстная линія  $x$  имѣетѣ такое содержаніе, какое имѣютѣ между собою двѣ данныя  $a$  и  $b$ .

4.  $x = \frac{ab}{c}$  изображаетѣ слѣдующую пропорцію:  $c : a = b : x$ , то есть, показываетѣ, что неизвѣстная линія  $x$  есть четвертая пропорціональная къ тремъ даннымъ  $a, b, c$ .

5.  $x = \frac{ac + bc}{d + b}$  изображаетѣ слѣдующую пропорцію:  $d + b : c = a + b : x$ .



## ЗАДАЧА. LV.

§. 150. Составить квадратическія сравненія.

## РѢШЕНІЕ.

1.  $x^2 = ab$ , или,  $a:x = x:b$ , показываетъ, что неизвѣстная линейя  $x$  есть средняя пропорціональная между двумя данными  $a$  и  $b$ .

2. Сравненіе  $x^2 = ab + cd$ , или  $x = \sqrt{ab + cd}$  показываетъ, что между  $a$  и  $b$ , такожъ между  $c$  и  $d$  должно найти среднія пропорціональныя линейи, то есть,  $a:m = m:b$  и  $c:n = n:d$ ; почему будетъ  $x = \sqrt{m^2 + n^2}$ . Такого сравненія конструкцію показываетъ Пифагорова Теорема; то есть, сдѣлай прямоугольной преугольникъ изъ линейи  $m$  и  $n$ , то ипошенуза будетъ  $\sqrt{m^2 + n^2}$  (§. 372. Геом).

3.  $x^2 = \frac{a^2 bc}{mn}$ , вмѣсто  $a^2$  возми  $mr$ ; ибо  $m:a = a:r$ ; то будетъ  $x^2 = \frac{mrbc}{mn}$ , или,  $x = \frac{rbc}{n}$ ; вмѣстожъ  $rb$  поставь  $ns$ ; ибо  $n:r = b:s$ ; то будетъ  $x^2 = \frac{nsc}{n}$ , или,  $x^2 = sc$ ; то есть, неизвѣстная линейя  $x$  есть средняя пропорціональная между  $s$  и  $c$ .

4.  $x^2 = ax + b^2$ , или  $x^2 - ax = b^2$ , или  $x^2 - ax + \frac{1}{4}a^2 = b^2 + \frac{1}{4}a^2$ , или,  $x = \sqrt{b^2 + \frac{1}{4}a^2}$



$\sqrt{(b^2 + \frac{1}{4}a^2)} \cdot \frac{1}{4}a$ . Изъ сего сравненія явствуетъ, что неизвѣстная линейя  $x$  будетъ извѣстна, когда изъ  $b^2 + \frac{1}{4}a^2$  извлечется квадратной радикасъ, которой находимся чрезъ Пифагорову Теорему, и потомъ къ оному радикасу приложимся  $\frac{1}{2}a$ ; то есть, ежели надобно будетъ составить радикасъ изъ  $b^2 + \frac{1}{4}a^2$ ; то на половинѣ  $a$ , такъ какъ на попершникѣ, описывается полукруга, и на оной переносится  $AB = b$ ; по учиненіи сего бокъ  $BC$  будетъ искомою радикасъ (§. 372. Геом.). Ф. 1.

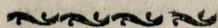
#### ТЕОРЕМА IV.

§. 151. Ежели изъ какой нибудь поперешника точки, на пр.  $P$ , возставится перпендикулярная линейя  $PR$ , простирающаяся до самой окружности круга, то она Ф. 2. будетъ средняя пропорціональная между отрезками поперешника  $AP$  и  $PB$ .

#### ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Положимъ, что полупоперешники  $AC$ ,  $CR$  и  $CB = r$ ,  $CP = x$ ,  $PR = y$ ; то будетъ  $AP = r + x$  и  $PB = r - x$ ; и такъ остается только доказать, что  $r + x : y = y : r - x$ . Но какъ въ пропорціи Геометрической произведение крайнихъ членовъ равняется произведению двухъ среднихъ (§. 135. Ариф.), или среднему, самому на себя умноженному (§. 136. Ариф.), то есть,





$r^2 - x^2 = y^2$ ; слѣдовательно между двумя прямыми линиями AP и PB найдется средняя пропорціональная линия PR, естли двѣ прямыя linee соединятся въ одну, которую попомъ въ точкѣ С должно раздѣлить на двѣ равныя части, и изъ той точки, какъ изъ центра, описавъ полкруга, изъ Р до самой окружности провести перпендикулярную линию. ч. н. д.

### П Р И В А В Л Е Н І Е.

§. 152. Изъ чего явствуетъ, что естли прямоугольнаго треутольника ABR ипопенуза АВ въ точкѣ С раздѣлился на двѣ равныя части; то прямая линия CR будетъ равна СВ, такъ что всегда половинная  
Ф. 2. часть ипопенузы однимъ своимъ концомъ, какъ полупоперешникъ, проходитъ чрезъ верхъ прямого угла; и попому всякой прямоугольной треутольникъ заключается въ полукругѣ. Ибо изъ точки R на ипопенузу АВ опустивъ перпендикулярную линию RP, будешь имѣть слѣдующую пропорцію:  $AP:PR = PR:PB$ ; (§. 267 и 268). Положимъ, что СВ, или  $AC = r$ ,  $CR = b$ ,  $CP = x$ ,  $PR = y$  и  $PB = r - x$ ; то будетъ  $r + x:y = r - x$ , то естъ,  $r^2 - x^2 = y^2$ , также  $b^2 - x^2 = y^2$ , и попому  $r^2 - x^2 = b^2 - x^2$ , или  $r^2 = b^2$ , или  $r = b$ .

ЗАДА-



## ЗАДАЧА LVI.

§. 153. Данъ полупоперешникъ круга ED, найди бокъ АВ правильного, то есть, ф. 3. равностороннаго треугольника, которой въ томъ кругѣ начерченъ быть можетъ.

## РѢШЕНІЕ.

Положивъ, что DB бокъ шестиугольника; то, поелику  $DB = BE$  (§. 295. Геом.), также при F находящаяся углы прямые (§. 187. Геом.), будетъ  $DF = EF$  (§. 186. Геом.). И такъ, положивъ  $DB = a$ ,  $BA = x$ , будетъ  $DF = \frac{1}{2} a$ ,  $BF = \frac{1}{2} x$ ; слѣдовательно

$$\frac{3}{4} a^2 = \frac{1}{4} x^2$$

$$3a^2 = x^2$$

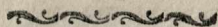
$$\sqrt{3}a = x$$

То есть, найдется x, когда между 3a и a сыщешь среднюю пропорціональную линию (§. 267. Геом.).

## ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 154. Желанной бокъ описываемаго въ кругѣ равностороннаго треугольника способище можно сыскать слѣдующимъ образомъ: изъ A и B поперешникомъ АВ сдѣлай ф. 4. разрѣзъ въ D, и изъ центра C проводи прямую линию CD, которая будетъ искомой бокъ треугольника. Ибо, поелику  $DB^2 = 4a^2$ ,  $CB^2 = a^2$ , будетъ  $CD^2 = 3a^2$  (§. 374. Геом.); слѣдовательно  $CD = \sqrt{3}a$ . Или, сдѣлай  $AE = a$ ; то, по причинѣ прямого





угла при Е (§. 260. Геом.), будетъ  $ЕВ = \sqrt{3a^2}$  (§. 374. Геом.).

#### ПРИБАВЛЕНИЕ 1.

§. 155. поелику  $3a^2 = x^2$  (§. 143.);  
 ф. 3. то  $a^2 : x^2 = 1 : 3$ , то есть,  $DE^2 : AB^2 = 1 : 3$ .

#### ПРИБАВЛЕНИЕ 2.

§. 156. Еслии будетъ данъ бокъ преу-  
 угольника, на пр.  $AB = b$ , и надобно бу-  
 детъ найти полупоперешникъ круга, на  
 ф. 3. пр.  $DE = y$ , которымъ около того пре-  
 угольника описанъ кругъ; то будетъ  
 $3y^2 = b^2$  (§. 145.), или  $y = \sqrt{\frac{1}{3} b^2}$ , то  
 есть, въ такомъ случаѣ надлежитъ толь-  
 ко между линейю  $AB$  и третьейю частью  
 оной сыскашь среднюю пропорціональную  
 линейю (§. 267. Геом.).

#### ЗАДАЧА LVII.

§. 157. Въ прямоугольномъ преуголь-  
 ф. 5. никъ  $ABC$  дана сумма всѣхъ боковъ и пло-  
 скость онаго; найти ипопенузу  $AC$ .

#### РѢШЕНИЕ.

Положивъ, что  $AB + BC + CA = a$ ,  
 $AC = x$ , плоскость  $= b^2$ ; то будетъ  $AB + BC = a - x$ . Но какъ  $AC^2 = AB^2 + BC^2$   
 (§. 372. Геом.), и  $AB^2 + BC^2 = (AB + BC)^2 - 2AB \cdot BC$  (§. 259. Ариѳ.); то будетъ  
 $AC^2 = (AB + BC)^2 - 2AB \cdot BC$  (§. 32. Ариѳ.). По положеніюжъ  $AC^2 = x^2$ ;  $(AB + BC)^2$



$\dagger BC^2) = a^2 - 2ax + x^2$ ,  $2AB \cdot BC = 4b^2$ ; почему

$$x^2 = a^2 - 2ax + x^2 - 4b^2$$

$$2ax = a^2 - 4b^2$$

$$x = \frac{\frac{1}{2}a - 2b^2}{a}$$

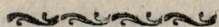
И такъ, естли въ силу произшедшаго сревненія, надобно будетъ сославить преугольникъ; по высоту BD, то ееть, перпендикулъ на ипотезуну AC опущенной назови у, и будетъ

$$\frac{1}{2}xy = b^2 \text{ (§. 338. Геом.)}$$

$$y = \frac{b^2}{\frac{1}{2}x}$$

То есть, въ концѣ linee BD = a возставъ перпендикулярную lineю AB = 2b, и сдѣлавъ BG = b, найди четвертую пропорціональную lineю BH =  $2b^2 : a$ ; потомъ сдѣлай CB =  $\frac{1}{2}a$  и CI = BH; то будетъ BI =  $\frac{1}{2}a - 2b^2 : a = x$ . Раздѣ-ф. 6. ливъже BI на двѣ равныя части въ точкѣ O. найди къ BO =  $\frac{1}{2}x$  и BE = BG = b претью пропорціональную lineю BK, копорая будетъ искомая высота преугольника =  $b^2 : \frac{1}{2}x$ . Почему, естли на lineѣ BI опишешь полкруга и чрезъ точку K означаишь съ оною перпендикулярную lineю KL, пересѣкающую полкруга въ точкѣ L, и





потомъ проведешь прямыя linee BL и LI,  
произойдетъ желаемой преугольникъ BLI.

### ЗАДАЧА LVIII.

§. 158. Начерпши ромбъ AEFD въ пря-  
ф. 7. моугольномъ чепвероугольникъ ABCD,

### РѢШЕНІЕ.

Поелику надобно сыскать только ча-  
стицу BE, или FC, отрѣзанную отъ бока  
прямоугольнаго чепвероуольника, чтобъ  
остался бокъ ромба; то положивъ, что  
 $AB = a$ ,  $BD = b$ ,  $BE = x$ , будетъ  $AE$   
 $= \sqrt{(a^2 + x^2)}$  (§. 372. Геом.). Но  $AE =$   
 $ED$ , и  $BE = BD - BE = b - x$ . По  
Пиеагоровой же Теоремѣ  $AB^2 + BC^2 = AE^2$   
 $= ED^2$ ; то будетъ.

$$a^2 + x^2 = b^2 - 2bx + x^2$$

$$a^2 + 2bx = b^2$$

$$2bx = b^2 - a^2$$

$$x = \frac{b^2 - a^2}{2b}$$

То есть найдется  $x$ , когда къ  $2b$ ,  $b +$   
 $a$  и  $b - a$  будетъ найдена чепвертая про-  
порціональная линия. Ибо  $2b : b + a = b -$   
 $a : x$ .

### ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXVII.

§. 159. Прямая линия пѣ среднемъ и  
крайнемъ содержаніи раздѣленной (*media et*  
*extrema ratione secta*) называется, когда вся  
ли-



линея АС къ большому оспрѣзку АВ содер- ф. 8.  
жится такъ, какъ большой оспрѣзокъ АВ  
къ меньшому оспрѣзку ВС.

### ЗАДАЧА LIX.

§. 160. Раздѣлить прямую линею АС  
показаннымъ образомъ.

### РѢШЕНІЕ.

Положивъ, что вся линея  $AC = a$ ,  
большой оспрѣзокъ  $AB = x$ ; то будетъ  
меньшой оспрѣзокъ  $BC = a - x$ . И такъ,  
въ силу опредѣленія.

$$a : x = x : a - x$$

$$a^2 - ax = x^2$$

$$a^2 = x^2 + ax$$

$$a^2 + \frac{1}{4}a^2 = x^2 + ax + \frac{1}{4}a^2$$

$$\sqrt{a^2 + \frac{1}{4}a^2} - \frac{1}{2}a = x$$

То есть, съ цѣлою линеєю АС соеди- ф. 8.  
ни подъ прямымъ угломъ половинную ея  
часть AD, и изъ центра D полупоперещ-  
никомъ DC начерти дугу SE такъ, чтобъ  
было  $DC = DE = \sqrt{a^2 + \frac{1}{4}a^2}$  (§. 372.  
геом.). Но какъ  $DA = \frac{1}{2}a$ ; то будетъ  $AE = x$ .

### ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 161. Такое раздѣленіе прямой ли-  
неи древніе Геометры называли *Божествен-  
нымъ раздѣленіемъ* (divinam sectionem), по  
елику изъ того много доказывано, какъ  
то видно изъ Эвклида.

ПРИ-



## ПРИБАВЛЕНИЕ.

§. 162. Когда вся линия  $AC = a$  бу-  
 Ф. 10. деть полупоперешникъ круга; то боль-  
 шая ея часть.  $FC = x$  будетъ бокъ деся-  
 тиугольника.

## ЗАДАЧА LX.

§. 163. Начерпшиь прямоугольной пре-  
 Ф. 11. угольникъ  $ABD$ , когда будущъ даны ипо-  
 тенуза  $AB$  и плоскость онаго.

## РѢШЕНИЕ.

Положивъ, что  $AB = a$ , перпенди-  
 кулъ  $DC = y$ , плоскость  $= b^2$ ; то также  
 будетъ плоскость  $= \frac{1}{2} ay$  (§. 338. геом.).  
 И такъ.

$$\frac{1}{2} ay = b^2$$

$$y = \frac{2b^2}{a}$$

То есть, на  $AB = a$  начерпивъ пол-  
 круга, въ точкѣ  $A$  возставъ перпендикулъ  
 $AE = 2b$ , и проводи линеею  $EB$ . Потомъ  
 сдѣлавъ  $AG = \frac{1}{2} AE = b$ , проводи линеею  
 $FG$  параллельную съ  $EB$ ; то будетъ  $AF$   
 $= \frac{2b^2}{a}$ . Наконецъ означь линеею  $FD$  парал-  
 лельную съ  $AB$ , то и означится искомой  
 преугольникъ  $ADB$ .

ЗАДА-



## ЗАДАЧА LXI.

§. 164. Найди въ прямоугольномъ Ф. 12.  
треугольникѣ ABC ипопенузу AC; когда  
будущъ даны разность катетовъ AE и  
перпендикулъ, изъ прямаго угла на ипопе-  
нузу опущенной BD.

## РѢШЕНИЕ.

Положивъ, что разность катетовъ  
AE = a, перпендикулъ DB = b, ипопе-  
нуза AC = x, сумма двухъ катетовъ AB  
† BC = y; то будетъ  $AB = \frac{1}{2}y + \frac{1}{2}a$ ,  $BC$   
 $= \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}a$  (§. 80. Тригон). И шакъ.

$$\frac{1}{2}y^2 + \frac{1}{2}a^2 = x^2 \text{ (§. 372. Геом.)}$$

$$y^2 + a^2 = 2x^2$$

$$y^2 = 2x^2 - a^2$$

Или BC: BD = AC: AB (§. 269. Геом.)

$$\frac{1}{2}y - \frac{1}{2}a : b = x : \frac{1}{2}y + \frac{1}{2}a$$

$$bx = \frac{1}{4}y^2 - \frac{1}{4}a^2$$

$$4bx = y^2 - a^2$$

$$4bx + a^2 = y^2$$

$$4bx + a^2 = 2x^2 - a^2 \text{ (§. 31. Ариф.)}$$

$$4bx + 2a^2 = 2x^2$$

$$2a^2 = 2x^2 - 4bx$$

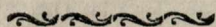
$$a^2 = x^2 - 2bx$$

$$a^2 + b^2 = x^2 - 2bx + b^2 \text{ дополн. квадр.}$$

$$\sqrt{(a^2 + b^2)} + b = x$$

То есть, въ силу 4. пункта (§. 140.)  
сдѣлавъ  $\sqrt{(a^2 + b^2)}$ , къ оному приложи b,  
и произойдетъ ипопенуза x. Когдажъ из-  
вѣ-





вѣстна ипопенуза ; по самой треугольникѣ ,  
 коего разность боковъ извѣстна , соспа-  
 вился слѣдующимъ образомъ : сдѣлавъ пря-  
 мой уголъ , на обоихъ бокахъ онаго оз-  
 начъ перпендикулъ  $x$  ; по будетъ ипопе-  
 нуза  $GI = \sqrt{x^2}$  ; на сей ипопенузѣ на-  
 чершивъ полкруга , отъ  $G$  до  $H$  означъ  
 хорду  $GH = a$  ; по будетъ  $HI = \sqrt{(2x^2 - a^2)}$   
 ф. 13.  $= y$  (§. 374 геом). Когдажъ извѣстна сум-  
 ма боковъ  $= y$  и разность оныхъ  $= a$  ;  
 по самые бока удобно находятся , и попомъ  
 изъ оныхъ составляется искомой треу-  
 гольникъ.

#### ЗАДАЧА LXII.

§. 165. Найди въ прямоугольномъ тре-  
 угольникѣ кашеты  $AB$  и  $AC$  ; когда будутъ  
 даны сумма оныхъ  $AB + AC$  и перпенди-  
 кулъ , изъ прямого угла на ипопенузу  
 опущенной  $AD$ .

#### РЕШЕНИЕ

Положивъ , что сумма кашетовъ  $AB$   
 ф. 14.  $+ AC = a$  , перпендикулъ  $AD = b$  ;  $CA -$   
 $AB = y$  ,  $BC = x$  ; по будетъ  $AC = \frac{1}{2}$   
 $(a + y)$  ,  $AB = \frac{1}{2} (a - y)$  (§. 80. прогон.).  
 И такъ.

$$\begin{array}{ll} x^2 = \frac{1}{2} (a^2 + y^2) & BA : DA = BC : AC \\ 2x^2 = a^2 + y^2 & \frac{1}{2} (a - y) : b = x : \frac{1}{2} (a + y) \\ 2x^2 - a^2 = y^2 & \frac{1}{4} (a^2 - y^2) = bx \\ & a^2 - 4bx = y^2 \end{array}$$

$$2x^2$$



$$2x^2 - a^2 = a^2 - 4bx$$

$$x^2 + 2bx = a^2$$

$$x^2 + 2bx + b^2 = a^2 + b^2 \text{ допол. квадр.}$$

$$x = \sqrt{a^2 + b^2} - b$$

То есть, на данной линіи CD = a на-  
черти прямоугольной продолговатой чеп-  
вероугольникъ CDFG, котораго бы высота  
DF равно была данному перпендикулу AD  
= b; такимъ образомъ будетъ CF =  
 $\sqrt{a^2 + b^2}$ . Потомъ сдѣлай FE = FD, и  
CB = CE; то будетъ CB =  $\sqrt{a^2 + b^2}$   
— b. ф. 15.

И такъ на CB начертивъ полкруга и  
проведши линіи AB и AC, получишь желае-  
мой треугольникъ CAB.

### ЗАДАЧА LXIII

§. 166. Найти высоту AD треугольника AB  
C; когда будутъ даны всѣ три бока онаго. ф. 16.

### РѢШЕНІЕ

Положивъ, что AB = a, BC = b, AC  
= c, BD = x; то будетъ DC = b — x.  
Но поелику  $AB^2 - BD^2 = AD^2$  и  $AC^2 -$   
 $DC^2 = AD^2$  (§. 374. геом.); то будетъ  $AB^2 -$   
 $BD^2 = AC^2 - DC^2$  (§. 32. Ариѳ.); слѣ-  
довашельно

$$a^2 - x^2 = c^2 - b^2 + 2bx - x^2$$

$$a^2 + b^2 - c^2 = 2bx$$

$$\frac{a^2 + b^2 - c^2}{2b} = x$$

ПРИ-



~~~~~

П Р И Б А В Л Е Н И Е.

§. 167. Изъ чего явствуетъ, что есѣли въ приутольникѣ ABC изъ верьху угла A на основаніе BC опустится перпендикулъ; то въ такомъ случаѣ основаніе BC къ суммѣ двухъ боковъ AB + AC будетъ содержать ся такъ, какъ разность оныхъ боковъ AB — AC содержицца къ разности опрѣзковъ отъ основанія BD — CD; то есѣ, BC : AB + AC = AB — AC : BD — CD. Сыскавъ же BD, можно будетъ найти AD (§. 374. Геом.). Положивъ, что $a = 6$, $b = 4$, $c = 3$; то будетъ $x = 36 + 16 = 52 - 9 = 43 : 8 = 5 \frac{5}{8}$

$$AB^2 = 2304 : 64$$

$$BD = 1849 : 64$$

$$AD^2 = \frac{455}{64}$$

$$AD = \sqrt{\frac{455}{64}} = 21 \frac{33}{100} = \frac{2133}{800}$$

ЗАДАЧА LXIV.

§. 168. Слѣлашь одному данному преутольнику HLI равной, а другому данно-
ф. 17. му преутольнику NOP подобной преутоль-
никъ.

РѢШЕНІЕ.

Положивъ, что $HI = f$, $LM = e$,
 $NP = m$ $QO = n$, основаніе искомага
преутольника $= y$, высота $= z$; то будетъ.
 $m.n = y.z$ (§. 343. Геом.) $fe = yz$ (§. 338. Геом.)

mz

$$mz = ny$$

$$\frac{fe}{y} = z$$

$$\frac{mfe}{y} = mz$$

И такъ $ny = \frac{mfe}{y}$

$$ny^2 = mfe$$

$$y^2 = \frac{mfe}{n}$$

$$y = \sqrt[n]{\frac{mfe}{n}}$$

То есть, продолжи высоту OQ треугольника NOP до М такъ, чтобъ было OM = LM, также продолжи бока того треугольника до R и S, и чрезъ точку М проведи линию RS, параллельную съ NP; то будетъ $RS = \frac{mfe}{n}$; потомъ между RS и SI = f, найди среднюю пропорціональную линию $FS = \sqrt[n]{\frac{mfe}{n}}$, на которой, по причинѣ данныхъ угловъ N и P, можно начертить треугольникъ TSV (§. 174. Геом.)

ЗАДАЧА. LXV.

§. 169. Провести отъ данной точки ф. 18. Е прямую линию ED, которая бы къ данному кругу GDFG сдѣлала токмо прикосновеніе.

К

РѢШЕ-

РѢШЕНІЕ.

По елику точка Е положеніемъ, а кругъ GDFG какъ положеніемъ, такъ и величиною извѣстенъ; то будущъ также извѣстны линіи EG и GC. И такъ, положивъ, что $EG = a$, $GC = b$, $ED = x$, будемъ $= EF = a + 2b$; почему въ силу (§. 330. Геом.)

$$a^2 + 2ab = x^2$$

$$x = \sqrt{a^2 + 2ab}$$

То есть, соединивъ центръ круга С и данную точку Е прямою линіею ЕС, опиши на соединенной линіи полкруга CDE и проводи хорды CD и DE; то уголъ D будетъ прямой (§. 260. Геом.). Почему $CE^2 = a^2 + 2ab + b^2$, $CD^2 = b^2$; слѣдовательно $DE = \sqrt{2ab + a^2}$ (§. 372. Геом.).

ТЕОРЕМА V.

§ 170. Въ прямоугольномъ треугольникѣ квадратъ гипотенузы равенъ квадратамъ, вмѣстѣ взятымъ, двухъ катетовъ.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО ПЕРВОЕ.

Къ боку С въ прямой линіи присовокупивъ бокъ В, начерти на $B + C$ квадратъ, которой будетъ заключать въ себѣ квадратъ HH и четыре треугольника равные между собою. Ибо углы $n + r + m$, такожъ ф. 19. $s + n + m$, поелику составляющъ по 180° (§. 133. и 135. Геом.), суть равны между собою

собою (§. 86. Геом.). И еслили опъ равныхъ опишемъ по равному, то есть, r и s и общей имъ уголъ m , то и остануся равные $n = n$ (§. 36. Ариѳ.). Почему $m = m$, и для того треугольники smn и kpn равны между собою: слѣдовательно и другіе два треугольника также равны между собою. Но какъ всякой треугольникъ изъ оныхъ $= \frac{1}{2} B \times c$; то чешыре треугольника $= 4 \times \frac{1}{2} BC = 2 BC$. И такъ

$$(C + V)^2 = NN + 2 BC$$

$$\text{также } (C + V)^2 = BB + 2 BC + CC (\S 31.);$$

$$\text{то будетъ } NN + 2 BC = BB + 2 BC + CC$$

$$NN = BB + CC. \text{ ч. н. д.}$$

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО ВТОРОЕ.

На ипопенузу $AB = b$ изъ прямого угла ф. 20. опустивъ перпендикулъ CD , и положивъ, что отрѣзокъ основанія $BD = x$; то будетъ другой отрѣзокъ $AD = b - x$, при томъ положивъ, что $AC = a$, $BC = c$; то будетъ

$$AB : BC = BC : BD \quad \text{и} \quad BA : AC = AC : AD$$

$$b : c = c : x \quad b : a = a : b - x$$

$$c^2 = bx \quad a^2 = b^2 - bx$$

$$c^2 + a^2 = bx + b^2 - bx$$

$$c^2 + a^2 = b^2.$$

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО ТРЕТІЕ.

Ф. 21.

Бокомъ AC , такъ какъ полупоперешникомъ, описавъ кругъ, продолжи BC до

К 2

М;



М; то уголъ КАМ, какъ состоящей въ полукружии, будетъ прямой, и уголъ САВ есть также прямой по положенію; и ежели отъ сихъ угловъ отнимешь общей имъ уголъ п; то останутся равные о и s. И какъ треугольникъ МСА есть равнобедренной; то углы, при основаніи находящіеся г и s, будутъ равны между собою. И такъ треугольники МВА и АВК, по причинѣ равныхъ угловъ г и о и общаго В, суть подобны между собою; и потому

$$BM : AB = AB : BK$$

$$AB^2 = BM \times BK$$

$$\text{или } AB^2 = (2СК + KB) \times KB$$

$$AB^2 = 2СК \times KB + KB^2$$

Приложивъ же съ обѣихъ сторонъ равные квадраты AC^2 и $СК^2$, будетъ

$$AB^2 + AC^2 = СК^2 + 2СК \times KB + KB^2.$$

Но какъ послѣдней членъ изображаетъ квадратъ ипопенузы, состоящей изъ частей $СК + KB$, или $СВ^2$; то будетъ $AB^2 + AC^2 = ВС^2$. ч. н. д.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО ЧЕТВЕРТОЕ.

Положивъ, что $AC = a$, $BC = c$, и симъ бокомъ, такъ какъ полупоперешникомъ, опиши кругъ, который пересѣчетъ ипопенузу въ точкѣ Е. Потомъ ипопенузу $AB = b$ раздѣливъ на двѣ равныя части въ точкѣ I, продолжи AC до F а IC до G; также

также проведи линии EG и RV, и будетъ
 $IC = IV = \frac{1}{2} b$ (§. 142.); почему $IQ = \frac{1}{2} b$ —
 с. Но какъ треугольники AGE и AVR суть
 подобные, по причинѣ общаго угла A и
 равныхъ угловъ F и V, при окружности
 находящихся; то будетъ

$$BA : AR = AR : AE$$

$$BA : FA = AR : AE$$

$$\text{или } b : a + c = a - c : \frac{a^2 - c^2}{b} = AE$$

$$\text{также } IV : IG = IQ : IE$$

$$\text{или } \frac{1}{2} b : \frac{1}{2} b + c = \frac{1}{2} b : \frac{b^2 - 4c^2}{2b} = IE$$

$$\begin{aligned} \text{Но какъ } \frac{1}{2} b &= AE - IE = \frac{a^2 - c^2}{b} - \frac{b^2 - 4c^2}{2b} \\ &= \frac{2a^2 - 2c^2}{2b} - \frac{b^2 + 4c^2}{2b} = \frac{2a^2 - b^2 + 2c^2}{2b} = \frac{1}{2} b \end{aligned}$$

$$\text{то } b = \frac{4a^2 - 2b^2 + 4c^2}{2b} = \frac{2a^2 - b^2 + 2c^2}{b}$$

$$\text{Почему } b^2 = \frac{2b^2 a - b^3 + 2bc^2}{b} = 2a^2 - b^2 + 2c^2$$

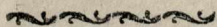
$$\text{или } b^2 = 2a^2 - b^2 + 2c^2$$

$$2b^2 = 2a^2 + 2c^2$$

$$b^2 = a^2 + c^2. \quad \text{ч. н. д.}$$

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО ПЯТОЕ.

Положивъ, что $AB = a$, $AC = b$, $BC = c$, и
 опустивъ изъ верьху прямого угла на ипо-ф. 29.
 тенузу перпендикулъ CD; то произойдутъ



преугольники $ABC = T$, $DBC = t$, $ADC = m$, между собою подобные (§. 269. Геом.) и содержащаяся, какъ квадраты сходственныхъ ихъ боковъ (§. 346. Геом.). Почему

$$T : t = b^2 : c^2$$

$$t : T = b^2 : a^2$$

$$T : b^2 = t : c^2 = T : a^2$$

$$T + t : T : b^2 + c^2 + a^2 = T : b^2$$

$$Tb^2 + tc^2 + Ta^2 = Tb^2 + tb^2 + Tb^2$$

$$Tc^2 + Ta^2 = tb^2 + Tb^2.$$

Изъ сего сравненія можно вывести слѣдующую пропорцію :

$$T : t + T = b^2 : a^2 + c^2$$

Но какъ въ сей пропорціи первой членъ равенъ второму ; то есть , $T = t + T$; то будетъ и третей членъ равенъ четвертому , то есть , $b^2 = a^2 + c^2$ ч. н. д.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО ШЕСТОЕ.

Оставляя тѣ же наименованія , какія были въ предложенномъ пятомъ доказательствѣ , а назовемъ только здѣсь основанія части $AD = z$, $GB = x$ такъ , чтобъ было $b = z + x$. И такъ , поелику b , c , x , такожь b , a , z суть количества непрерывно пропорціональныя , будетъ $b : z = b^2 : \text{ф. 20. } a^2$, то есть , въ пропорціи непрерывной первой членъ къ третьему содержится такъ , какъ квадратъ перваго къ квадрату втораго ; припомъ $b x = c^2$ и $b z = a^2$. По чему ,

чему, въ силу того, еспли равныя будутъ умножены на равныя; то и произведенія произойдутъ равныя, будетъ

$$a^2 b x = c^2 b z$$

$$a^2 x = c^2 z$$

Изъ сего сравненія можно вывести слѣдующую пропорцію:

$$c^2 : a^2 = x : z$$

$$c^2 + a^2 : a^2 = x + z : z \text{ (§. 152. Ариѳ.)}$$

$$c^2 + a^2 : a^2 = b : z \text{ (§. 31. Ариѳ.)}$$

$$c^2 + a^2 : a^2 = b^2 : a^2$$

$$c^2 + a^2 : b^2 = a^2 : a^2$$

Но $a^2 = a^2$;

то будетъ. $c^2 + a^2 = b^2$. Ч. н. д.

ТЕОРЕМА VI.

§. 171. Подобные прямоугольные четвероугольники содержася между собою, какъ квадраты основаній, или высотъ ихъ, то есть, $AB : ab = A^2 : a^2$

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Когда $A : a = B : b$ по положенію; то ф. 23. будетъ $Ab = aB$ (§. 135. Ариѳ.), умноживъ же сіи произшедшія равныя произведенія на Aa , получишь слѣдующее сравненіе: $AaaB = AAab$, (§. 141. Ариѳ.), изъ котораго можно вывести слѣдующую пропорцію: $AB : ab = A^2 : a^2$. Ч. н. д.

ТЕОРЕМА VII.

§. 172. Подобные треугольники содержатся между собою, как квадраты оснований, или высот ихъ.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Ф. 24. Положивъ, что сходственные бока А и а, основанія В и в, перпендикулы Р и р, которые бокамъ, а пошому и основаніямъ ихъ пропорціональны такъ, что будетъ $B : b = R : r$. Почему $BR = Br$ (§. 135. Ариѳ.). Сии произведенія, какъ равныя количества, еспли умножишь на $\frac{1}{2} Bb$; то произойдутъ равныя $\frac{1}{2} B^2 br = \frac{1}{2} Bb^2 R$ (§. 141. Ариѳ.); изъ сего сравненія можно вывести слѣдующую пропорцію: $B^2 : b^2 = \frac{1}{2} BR : \frac{1}{2} br$. Ибо треугольники, имѣющіе одинакое основаніе и одинакую высоту параллелограммовъ, суть половинныя тѣхъ часпи (§. 290. Геом.). Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 173. Слѣдовательно всѣ параллелограммы и всѣ круги, то естъ, плоскости круговъ, какъ правильные многоугольники, подобные между собою, и составленные изъ равно многихъ треугольниковъ, подобныхъ и равныхъ, содержащихся между собою, какъ квадраты поперешниковъ, или полупоперешниковъ ихъ.

ТЕОРЕ-

ТЕОРЕМА VIII.

§. 174. Поперешники круговъ, на пр. D и d , содержащя между собою, какъ ихъ окружности, на пр. P и p .

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО

Когда плоскости круговъ, на пр. $\frac{1}{4} DP$ и $\frac{1}{4} dp$, содержащя между собою, какъ квадраты поперешниковъ ихъ, на пр. $D^2 : d^2$, то есть, $\frac{1}{4} DP : \frac{1}{4} dp = D^2 : d^2$ (§. 165.), или раздѣливъ на 4, будетъ

$$DP : dp = D^2 : d^2$$

$$DPd^2 = dpD^2 \text{ (§. 135. Ариѳ.)}$$

$$Pd = pD \text{ раздѣл. на } Dd.$$

Изъ сего сравненія можно вывести слѣдующую пропорцію:

$$D : d = P : p. \text{ Ч. н. д.}$$

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 175. Поелику $D : d = R : r$; то будетъ и $R : r = P : p$. То есть, когда поперешники содержащя между собою, какъ полупоперешники; то и полупоперешники круговъ будутъ содержащя между собою, какъ окружности ихъ.

ЗАДАЧА. LXVI.

§. 176. Найти плоскость равностороннаго треугольника ABC ; когда будетъ данъ одинъ бокъ его.

К 5

РѢШЕ-

РѢШЕНІЕ.

Изъ верху В равносѳороннаго преуѳольника опусти на основаніе онаго перпендикулъ BD, кошорой раздѣлитъ основаніе AC на двѣ равныя части въ точкѣ D. И такъ, положивъ CD, или AC = b, будетъ все основаніе, или cB = 2b; и потому BD^2 , или $cB^2 - cD^2 = 2b^2 - b^2 = 4b^2 - b^2 = 3b^2$; слѣдовашельно $BD = \sqrt{3b^2}$. То естъ, плоскостъ равносѳороннаго преуѳольника = $b \times \sqrt{3b^2}$ (§. 338. Геом.), или $\sqrt{3b^2} \times b^2$ (§. 67, 68, 69.).

ТЕОРЕМА IX.

Ф. 20. §. 177. Во всякомъ преуѳольникѣ, на пр. ABC естли на самой большой бокѣ его, какъ на основаніе, изъ верху опустится перпендикулярная линейа, на пр. $CD = y$; то она основаніе на пр. $AB = b$, раздѣлитъ на двѣ части, то естъ, на $BD = x$ и $DA = b - x$ такъ, что квадратъ бока AC = a, пропивоположеннаго оспрому углу В, будетъ равенъ квадратамъ прочихъ двухъ боковъ, вмѣстѣ взятымъ, безъ двухъ параллелограммовъ, произшедшихъ изъ умноженія AB на BD; то естъ $a^2 = c^2 + b^2 - 2bx$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

A. $a^2 = y^2 + (b^2 - 2bx + x^2)$

B. $c^2 = y^2 + x^2$ (A - B)

C.

$$C. \quad a^2 - c^2 = b^2 - 2bx \quad (C + c^2)$$

$$D. \quad a^2 = b^2 + c^2 - 2bx. \quad \text{Ч. н. д.}$$

ПРИБАВЛЕНИЕ 1.

§. 178. Когда, въ силу доказаннаго, $a^2 = b^2 + c^2 - 2bx$; то будетъ $2bx = b^2 + c^2 - a^2$, или раздѣливъ на $2b$, будетъ $x = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2b} = BD.$

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 179. Равнымъ образомъ положивъ $AD = x$, будетъ $AD = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2b}$. И потому во всякомъ треугольникѣ, по даннымъ премъ его бокамъ, можно найти отрезокъ x , слѣдовательно и перпендикулярную линию y , и наконецъ всю плоскость треугольника.

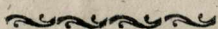
ПРИБАВЛЕНИЕ 3.

§. 180. Когда $BD = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2b}$ (§. 170.)

и $AD = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2b}$ (§. 171.); то будетъ

$$\begin{aligned} \text{разность отрезковъ } BD - AD &= \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2b} \\ &= \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2b} = \frac{b^2 + c^2 - a^2 - a^2 - b^2 + c^2}{2b} \\ &= \frac{2c^2 - 2a^2}{2b} = \frac{c^2 - a^2}{ab} = \frac{(c+a) \times (c-a)}{b}. \end{aligned}$$

сего



сего сравненія можно вывести слѣдующую пропорцію :

$$b : c + a = a : BD - AD$$

вмѣсто $BD - AD$, положивъ d , будетъ

$$b : c + a = c - a : d$$

То есть, d есть четвертое пропорциональное число; знавшижъ d , будетъ больш

шой отрѣзокъ $DB = \frac{b + d}{2}$, а меньшей AD

$$= \frac{b - d}{2} \text{ (§. 80. Тригон.) ; слѣдовательно}$$

$$\text{перпендикулъ } y = \sqrt{a^2 - AD} = \sqrt{c^2 - BD^2} \text{ (§. 374. Геом.)}$$

ТЕОРЕМА X.

Ф. 24. §. 181. Два треугольника ABC и abc , имѣющіе по одному равному углу, на пр. $A = a$, содержатся между собою, какъ произведенія, произшедшія изъ умноженія двухъ боковъ, шѣ равные углы замыкающихъ; то есть $ABC : abc = AC \times AB : ac \times ab$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Плоскости треугольниковъ содержатся собою, какъ произведенія, произшедшія изъ умноженія половинныхъ оснований на высоты ихъ (. 338. Геом.), или, какъ произведенія, произшедшія изъ умноженія оснований на высоты; ибо какое содержаніе имѣютъ между собою половинныя

ныя части, такое будутъ имѣть и цѣлыя, по есть, $ABC : abc = AB \times CD : ab \times cd$: по причинѣ подобія треугольниковъ ADC и adc, будетъ.

$$AC : CD = ac : cd$$

$$AC \times AB : CD \times AB = ac \times ab : cd \times ab \text{ (§. 141. Ариѳ.)}$$

$$AC \times AB : ac \times ab = CD \times AB : cd \times ab \text{ (§. 139. Ариѳ.)}$$

$$\text{Но какъ } AB \times CD : ab \times cd = ABC : abc \text{ (§. 31. Ариѳ.)}$$

$$\text{то будетъ } AC \times AB : ac \times ab = ABC : abc \text{ (§. 32.}$$

Ариѳ.). Ч. н. д.

П Р И Б А В Л Е Н І Е.

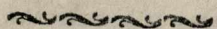
§. 182. Слѣдовательно и параллелограммы, какъ въ разсужденіи треугольниковъ, имѣющихъ съ ними одинакое основаніе и одинакую высоту, суть вдвое, ежели будутъ имѣть по одному равному углу, содержащему между собою, какъ произведенія, произшедшія изъ умноженія боковъ, равные углы замыкающихъ.

З А Д А Ч А LXVII.

§. 183. Сдѣлать такой треугольникъ ф. 26. AMN, которой бы къ данному треугольнику ABC содержался, какъ 1 : 3 ; по есть, отъ даннаго треугольника ABC опрѣзавъ третью его часть.

Р ѣ ш е н і е.

Положивъ, что $AC = A$, $AB = B$ и отъ AC опрѣзываемая извѣстная часть $AN = a$; то сыскавъ надобно будетъ x ,
или



или АМ такъ чшобъ было $AMN : ABC = 3. 1 :$

Но какъ $1 : 3 = AMN : ABC$ (§. 31. и 140. Ариѳ.)
также $3 : 1 = ABC : AMN$ (§. 138. Ариѳ.);
то будетъ $3 : 1 = A \times B : a \times x$

или $3ax = A \times B$ (§. 136. Ариѳ.)

$$x = \frac{A \times B}{3a}$$

или $3a : A = B : x$

То есть, x есть четвертая пропорциональная линей къ премъ даннымъ $3a, A, B$.

П Р И Б А В Л Е Н И Е 1.

§. 184. Еслии NM параллельна съ СВ;
то будетъ

$$A : B = a : x$$

$$A : A = a : a \quad (\text{§. 141. Ариѳ.})$$

$$\frac{A^2 : AB = a^2 : ax}{A^2 : a^2 = AB : ax \quad (\text{§. 139. Ариѳ.})}$$

$$A^2 : a^2 = AB : ax \quad (\text{§. 139. Ариѳ.})$$

Но какъ треугольники ABC и AMN
содержащя между собою, какъ $AB : ax$;
то они будутъ содержать между собою
также, какъ $A^2 : a^2$ (§. 31. Ариѳ.), то
есть, подобные треугольники содержащя
между собою, какъ квадраты сходствен-
ныхъ ихъ боковъ.

П Р И Б А В Л Е Н И Е 2.

§. 185. Еслии опъ извѣспной плоско-
сти треугольника ABC пожелаешь опрѣ-
зашь

запѣ какую нибудь треугольную часть ,
на пр. прешью часть изъ всей плоскости
чрезъ параллельную MN , чтобъ имѣть а ,
или х , то положивъ.

$$3 : 1 = ABC : AMN \text{ (§. 175.)}$$

$$3 : 1 = B^2 : x^2 \text{ (§. 32. Ариѳ.)}$$

$$3x^2 = B^2 \text{ (§. 136. Ариѳ.)}$$

$$x^2 = \frac{B^2}{3}$$

$$x = \sqrt{\frac{1}{3}} B^2$$

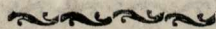
То есть , х есть средняя пропорці-
ональная линия между В и $\frac{B}{3}$

ЗАДАЧА LXVIII.

§. 186. Найди бокъ правильного пяти-
угольника ABCDE ; когда будетъ дана въ ф. 27.
ономъ діагональная линия AD.

РѢШЕНІЕ.

Положивъ , что $AE = x$, $AD = a$; то ,
поелику мѣра угла AEF есть дуга АВ (§.
259. Геом.) , и мѣра угла EFD есть поло-
винная дуга АЕ съ половиною дугою ED
(§. 263. Геом.) , или дуга АВ ; будетъ у-
голъ AEF = углу AEF , и потому $AF = AE$
(§. 67.) = x ; слѣдовательно $FD = a - x$.
Также мѣра угла AED есть дуга $AB + \frac{1}{2} B$
(§. 259.) , и угла F мѣрою дуга $AB + \frac{1}{2} BC$
(§. 263. Геом.) , при томъ уголъ ADE обо-
имъ треугольникамъ ADE и EFD есть об-
щей ;



щей; того ради, для подобія сихъ треугольниковъ, будетъ имѣть здѣсь мѣсто слѣдующая пропорція:

$$AD : ED = ED : FD \text{ (§. 210. Геом.)}$$

$$a : x = x : a - x \text{ (§. 31. Ариф.)}$$

$$a^2 - ax = x^2$$

$$a^2 = x^2 + ax$$

То есть, x есть большая часть линии a , въ среднемъ и крайнемъ содержаніи раздѣленной (§. 149 и 150.).

ЗАДАЧА LXIX.

§. 187. Найди кругъ равной поверхности цилиндра.

РѢШЕНІЕ.

Положивъ, что поперешникъ цилиндра $= d$, окружность его $= p$, высота онаго $= a$; то будетъ поверхность цилиндра $= ap$ (§. 514. Геом.). Положивъ также, что поперешникъ круга $= x$; то будетъ $d : p = \frac{px}{d}$ окружность круга (§. 276. Геом.), плоскость же его $= \frac{px^2}{4d}$ (§. 364. Геом.). И такъ

$$\frac{px^2}{4d} = ap$$

$$px^2 = 4dap$$

$$x^2 = 4da$$

$$x = \sqrt{2ad} = 2 \sqrt{ad}$$

То есть, поверхность цилиндра равняется такому кругу, коего полупоперешникъ есть средняя пропорціональная линия между поперешникомъ и высотой цилиндра.

ЗАДАЧА LXX.

§. 188. Найди цилиндръ, коего бы поверхность равна была данному кругу.

РѢШЕНІЕ.

Положивъ, что полупоперешникъ круга $= r$, окружность онаго $= p$, высота цилиндра $= x$, полупоперешникъ основанія $= y$; то будетъ окружность его $r : p = y : \frac{py}{r}$ (§. 276); поверхность же онаго будетъ

$$\frac{pyx}{r} = \frac{1}{2}pr \quad (\S. 514. \text{Геом.})$$

$$pyx = \frac{1}{2}pr^2$$

$$yx = \frac{1}{2}r^2$$

$$x = \frac{r^2}{2y}$$

Изъ чего явствуетъ, что сія задача есть неопредѣленная такъ, что полупоперешникъ, или, что все равно, высота по изволенію взята быть можетъ.

ЗАДАЧА. LXXI.

§. 189. Найди поперешникъ цилиндра, когда будутъ даны поперешникъ шара и высота цилиндра, равнаго шару.

РѢШЕНІЕ.

Положивъ, что поперешникъ шара $= d$, окружность $= P$, высота цилиндра $= a$, поперешникъ его $= x$; то будетъ толщина шара $\frac{1}{2} pd^2$ (§. 538. Геом.), окружность цилиндра $= \frac{px}{d}$, толщина

онаго $арх^2$ (§. 514. Геом.). И такъ

$$4d$$

$$\frac{1}{2}pd^2 = \frac{арх^2}{4d}$$

$$\frac{4}{3}pd^3 = арх^2$$

$$\frac{2d^3}{3a} = x^2$$

$$x = \sqrt{\frac{2d^3}{3a}}$$

По елику изъ сравненія $\frac{2d^3}{3a}$ можно вывести слѣдующую пропорцію: $3a : 2d = d^2 : x^2$; то квадратъ поперешника шара къ квадрату поперешника цилиндра, равнаго шару, содержится такъ, какъ втрое взятая высота цилиндра къ поперешнику шара, вдвое взятому.

То

То есть, сдѣлай $AB = a$, $BC = \frac{2}{3}d$, ф. 28.
 $AD = d$; то будетъ $DE = DF = \frac{2d^2}{3a}$; сдѣ-
 доваательно $DG = \sqrt{\frac{2d^3}{3a}}$.

ЗАДАЧА LXXII.

§. 190. Найди высоту и поперешникъ цилиндра; когда будутъ даны содержаніе высоты цилиндра къ его поперешнику, и поперешникъ такого круга, которой равенъ плоскости цилиндра.

РѢШЕНІЕ.

Положивъ данное содержаніе $m:n$, поперешникъ круга $= d$, окружность $= p$, высота цилиндра $= x$; то будетъ поперешникъ его $= \frac{px}{m}$, окружность же $= d$:
 $p = \frac{nx}{m} = \frac{p x}{m d}$; и пошому

$$\frac{m p x^2}{m d} = \frac{1}{4} p b$$

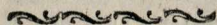
$$x^2 = \frac{m d^2}{4 n}$$

$$x = \sqrt{\frac{m d^2}{4 n}}$$

То есть, сдѣлавъ $AB = a$, возставъ на ф. 28.
 оной перпендикуль $BC = m$; сдѣлай такъ

Д 2

же



же $AD = \frac{1}{2} d$, и въ D возставь перпендикулъ $DE = \frac{md}{2n}$; на конецъ сдѣлай $DF = DE$, и на AF начерши полукруга; то будетъ $DG = \sqrt{\frac{md^2}{4n}}$. Ибо $n:m = \frac{1}{2} d : \frac{md}{2n}$, или $\sqrt{\frac{md^2}{4n}}$.

ЗАДАЧА LXXIII.

§. 191. Найти поперешникъ шара, равнаго конусу; когда будутъ даны поперешникъ и высота того конуса.

РѢШЕНІЕ.

Положивъ, что поперешникъ основанія конуса $= d$, окружность $= p$, высота его $= a$, поперешникъ же шара $= x$; то будетъ толщина конуса $= \frac{1}{12} apd$; на противъ того толщина шара $= \frac{px}{6d}$; слѣдовательно

$$\frac{1}{12} apd = \frac{px}{6d}$$

$$\frac{1}{2} ad^2 = x^3$$

$$\sqrt[3]{\frac{1}{2} ad^2} = x$$

ЗАДАЧА LXXIV.

§. 192. Найти бокъ тетраэдра AD, описываемаго въ шаръ; когда будетъ данъ поперешникъ АВ того шара.

Ф. 29.

РѢШЕНІЕ.

Положивъ, что поперешникъ шара АВ $= a$, бокъ тетраэдра AD $= x$; то будетъ CD полупоперешникъ круга, въ которомъ

поромъ одинъ изъ преугольниковъ того
тетраэдра начерченъ бытъ можетъ $= \sqrt{\frac{1}{3}}$
 x^2 (§. 212. Геом.); положивъ также, что
 $AC = y$; то будетъ $CB = a - y$; слѣдо-
вательно

$$AC:CD=CD:CB \text{ (§. 267. Г.)}, AD^2=AC^2+CD^2 \text{ (§. 372. Г.)}$$

$$y:\sqrt{\frac{1}{3}}x^2=\sqrt{\frac{1}{3}}x^2:a-y \quad x^2=y^2+\frac{1}{3}x^2$$

$$ay-y^2=\frac{2}{3}x^2 \quad \frac{1}{3}x^2=y^2$$

$$ay-\frac{2}{3}x^2=\frac{1}{3}x^2 \quad y=\sqrt{\frac{2}{3}}x^2$$

$$ay=x^2$$

$$a\sqrt{\frac{2}{3}}x^2=x^2$$

$$\frac{2}{3}a^2x^2=x^4$$

$$\frac{2}{3}a^2=x^2$$

$$\sqrt{\frac{2}{3}}a^2=x$$

$$\text{или } x^2:a^2=2:3.$$

То есть, квадратъ бока тетраэдра къ
квадрату поперешника шара, въ кото-
ромъ онъ описанъ бытъ можетъ, содер-
жится, какъ 2 : 3.

ПРИБАВЛЕНИЕ I.

§. 193. Слѣдовательно бокъ тетраэдра
къ поперешнику шара, въ которомъ онъ
описанъ бытъ можетъ, содержится, какъ
 $\sqrt{2}:\sqrt{3}$, и по тому есть несоизмѣримой.

ПРИБАВЛЕНИЕ 2.

§. 194. Поелику $y=\frac{2}{3}x^2=\frac{2}{3}ay$; то
есть, тетраэдръ опишется въ шарѣ, есть-
ли поперешникъ АВ раздѣлился на при-
равныя части и сдѣлается $AC=\frac{2}{3}AB$.

ЗАДАЧА LXXV.

Ф. 31. §. 195. Найди бокъ эксаэдра, или куба FG, описываемаго въ шарѣ; когда будетъ данъ поперешникъ шара.

РѢШЕНІЕ.

Положивъ, что поперешникъ шара, равной діагональной линіе $FH = a$, бокъ куба $FG = x$; то будетъ $FI^2 = 2x^2$, $FH^2 = 3x^2$ (§. 372. Геом.); слѣдовательно.

$$3x^2 = a^2$$

$$x^2 = \frac{a^2}{3}$$

$$x = \sqrt{\frac{1}{3}} a$$

То есть, квадратъ бока эксаэдра къ квадрату поперешника шара содержится, какъ 1 : 3.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

196. Слѣдовательно бокъ эксаэдра къ поперешнику шара, въ которомъ онъ описанъ быть можетъ, содержится, какъ $\sqrt{1}$: $\sqrt{3}$, и потому есть несоизмѣримой.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

Ф. 30. §. 197. Если на поперешникъ шара слѣлаешь $AC = \frac{2}{3} a$ и $CB = \frac{1}{3} a$; то будетъ $AD = \sqrt{\frac{2}{3}} a$; и потому $DB = \sqrt{\frac{1}{3}} a$, или бокъ эксаэдра.

ЗАДА-

ЗАДАЧА LXXVI.

§. 198. Найди бокъ октаэдра, описываемаго въ шарѣ; когда будетъ данъ поперешникъ шара.

РѢШЕНІЕ.

Положивъ, что $LM = x$, поперешникъ ф. 32. шара $KL = b$; то, по елику ML есть хорда четверти круга, будетъ

$$\frac{2}{4} b^2, \text{ или } \frac{1}{2} b^2 = x^2 (\S. 372. \text{ Геом. })$$

$$x = \sqrt{\frac{1}{2} b^2}$$

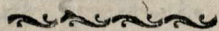
То есть, квадратъ бока октаэдра къ квадрату поперешника шара содержится, какъ 1: $\sqrt{2}$, и потому есть несоизмѣримой.

ПРИБАВЛЕНЕ.

§. 199. И такъ, еслии изъ центра ф. 30. шара Е возставишь перпендикулярную линию EF , положивъ поперешникъ шара $= b$; будетъ $FA = \sqrt{\frac{1}{2} b^2}$ бокъ описываемаго въ шарѣ октаэдра. Бокъ же додекаэдра есть большая часть BG бока эксаэдра DB , въ томже шарѣ написаннаго, въ среднемъ и крайнемъ содержаніи раздѣленнаго въ точкѣ G .

ПРИМѢЧАНІЕ 1.

§. 200. Еслии поперешникъ шара будетъ 100000; то будетъ бокъ тетраэдра, въ немъ написаннаго, 81649, октаэдра 70710, эксаэдра 57736, икосаэдра 52573,



до декаэдра 35682. См. Геригон. Машем.
Том. I. стр. 779.

ПРИМѢЧАНІЕ 2.

§. 201. Когда изъ поперешняка шара, около правильныхъ шѢлъ описаннаго, можно находить бока шѢхъ шѢлъ; то не трудно и дальнѣйшее изысканіе дѢлать въ разсужденіи оныхъ: то есть, можно также поверхности и подшопы ихъ, какъ между собою, такъ съ квадратомъ и кубомъ поперешняка шара сравнивать.

ГЛАВА ДЕСЯТАЯ

О

Употребленіи Алгебраическихъ сравненій при рѣшеніи Тригонометрическихъ задачъ.

ЗАДАЧА LXXVII.

§. 202. Найди высоту LM преугольника NLI, когда будутъ даны углы, при основаніи онаго находящіеся N и I, и при томъ основаніе NI.

РѢШЕНІЕ ПЕРВОЕ.

Положивъ, что $NI = a$, $LM = x$, синусъ угла $MIL = s$, косинусъ его $= c$, синусъ угла $LNI = p$, косинусъ его $= q$; то (§. 69. и 70 Тригон.), будетъ $s : x = c :$

$= c: MI$, и $p: x = q: NM$, или, $MI = \frac{cx}{s}$, $MN = \frac{qx}{p}$ (§. 175. Ариѳ.). И такъ (32.

Ариѳ.)

$$\frac{cx}{s} + \frac{qx}{p} = a$$

$$pcx + sqx = asp$$

$$x = \frac{asp}{pc + sq}$$

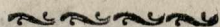
Поелику изъ сравненія $pcx + sqx = asp$ можно вывести слѣдующую пропорцію: $pc + sq: sp = a: x$; по изъ сего явствуетъ, что въ треугольникѣ NIL основаніе NI къ высотѣ ML содержится такъ, какъ сумма прямоугольныхъ четвероугольниковъ, произшедшихъ изъ умноженія синуса одного угла, при основаніи находящагося, на косинусъ другого, къ прямоугольному четвероугольнику, произшедшему изъ умноженія синусовъ угловъ, при основаніи находящихся.

РЕШЕНІЕ ВТОРОЕ.

Принявъ ML за цѣлой сикусъ, будутъ NM и MI тангенсы угловъ NLM и MLI , или компангенсы данныхъ N и I . И такъ, положивъ синусъ цѣлой $= t$, компангенсы $= m$ и n , $LM = x$, $NI = a$, будетъ $t: m = x: NM$, и $t: n = x: MI$ (§. 81. Тригон.);

А 5

слѣд-



слѣдовательно $HM = \frac{mx}{t}$, $MI = \frac{nx}{t}$, и по-

тому

$$a = \frac{(mx + nx)}{t} \quad (\S. 32. \text{ Ариѳ. })$$

$$at = mx + nx$$

$$\frac{at}{m+n} = x$$

То есть, основаніе преугольника содержится къ высотѣ его такъ, какъ сумма копангенсовъ угловъ, при основаніи находящихся, къ цѣлому синусу.

ЗАДАЧА LXXVIII.

§. 203. Найди бока HL и LI преугольника HLI; когда будутъ даны углы, при основаніи находящіеся H и I, и припомъ сумма боковъ HL + LI.

РЕШЕНІЕ

Положивъ, что $HL = LI = a$, синусъ угла H = m, синусъ угла I = n, $HL = x$; то будетъ $IL = a - x$. И такъ (§. 81. Тригон.)

$$x : n = a - x : m$$

$$mx = na - nx$$

$$mx + nx = na$$

$$x = \frac{na}{m+n}$$

$$a - x = (ma + na - na) : (m + n) = ma : (m + n).$$

То

То есть, сумма боковъ $HL + LI$ къ одному боку HL содержится такъ, какъ сумма синусовъ угловъ, при основаніи находящихся H и I , къ синусу угла I , которой прошивопологается боку HL .

ЗАДАЧА LXXIX.

§. 204. Найди отръзокъ MI отъ основанія HI въ треугольникъ HLI ; когда будутъ даны углы, при основаніи онаго находящіеся H и I , и припомъ другой отръзокъ NM .

РѢШЕНІЕ.

Положивъ, что $NM = a$, $MI = x$, синусъ угла $H = m$, косинусъ его $= n$, синусъ угла $I = p$, косинусъ его $= q$; то будетъ $n : a = m : ML$, или $ML = \frac{am}{n}$,

и $q : x = p : ML$, или $ML = \frac{px}{q}$ (§. 69. и

70. Тригон.). И такъ

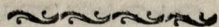
$$\frac{px}{q} = \frac{am}{n} \quad (\S. 32. \text{ Ариф.})$$

$$pxn = amq$$

$$x = \frac{amq}{pn}$$

$$\text{и } pn : mq = a : x$$

То есть, изъ верьху даннаго треугольника L на основаніе HI опуски перпен-



пендикулѣ LM; то одинѣ опрѣзокѣ НМ кѣ другому опрѣзку МІ будетѣ содержаться такѣ, какѣ прямоугольной чепвероугольникѣ, произшедшей изѣ умноженія синуса угла, при опрѣзкѣ МІ находящагося, на косинусѣ угла, при опрѣзкѣ НМ находящагося, содержишся кѣ прямоугольному чепвероугольнику, произшедшему изѣ умноженія синуса угла Н на косинусѣ угла І.

ЗАДАЧА LXXX.

- Ф. 5. §. 205. Найши бока АВ и ВС прямоугольнаго треугольника ABC; когда будутѣ даны плоскостѣ онаго и припомѣ уголѣ С.

РѢШЕНІЕ.

Положивѣ, что плоскостѣ даннаго треугольника $= b^2$, $BC = x$, синусѣ цѣлой $= r$; то будетѣ $BA = \frac{2b^2}{x}$ (§. 339. Геом.) И такѣ.

$$x : \frac{2b^2}{x} = r : t$$

$$x^2 : \frac{2b^2 r}{t}$$

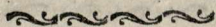
$$x = \sqrt{\frac{2b^2 r}{t}}$$

То есть, плоскостѣ прямоугольнаго треугольника кѣ квадрату одного бока ВС содержишся такѣ, какѣ половинной тангенсѣ

генсѣ угла, при С находящагося, къ цѣлому синусу.

Или, между боками даннаго угла Ф. 32.
ADM возспавъ перпендикулъ FE, точку E
взявъ по изволению, будетъ $DE = r$ и $FE = t$ (§. 56. Тригон.); сдѣлай $DG = FE$, $DN = b$, и сѣ EG означъ параллельную линею
HI; то будетъ $DI = br : t$ (§. 222. Геом.).
Сдѣлай $MI = 2b$, и между MI и DI найди
среднюю пропорціональную линею IK, ко-
торая будетъ одинъ бокъ. По томъ раздѣ-
ливъ MI на двѣ разныя части въ точкѣ
L, сдѣлай $IN = LI$ и проводи линею NO
параллельную сѣ MK; то будетъ $IO = 2b^2 : x$ (§. 222. Геом.) другой бокъ; слѣдова-
тельно KOI есть искомой преугольникъ. Ф. 3.

Или, въ углѣ по изволению взятомъ
EDA сдѣлавъ бокъ $DE = 2b$, возспавъ пер-
пендикулъ AE; то будетъ $AD = r$, $AE = t$ (§. 56. Тригон.); продолживъ EA до
G, означъ линею DG; то будетъ $AG = \frac{2br}{t}$; сдѣлай $АН = AG$ и раздѣли AD на
двѣ равныя части въ точкѣ I такъ, чтобъ
было $AI = b$. На линиѣ HI начерпи пол-
круга; то будетъ $AI = \frac{2br^2}{t}$. Наконецъ
сдѣлай $AB = AI$, и изъ B проводи линею
BC,



BC, параллельную съ DE; то будетъ ABC
искомой преугольникъ.

ЗАДАЧА LXXXI.

§. 206. Найди высоту AD преуголь-
ника ABC; когда будутъ даны основаніе
его BC и углы, при томъ основаніи нахо-
дящіеся B и C.

РѢШЕНІЕ.

Положивъ, что $BC = a$, $AD = x$;
и поелику углы при D находящіеся суть
прямые; то будутъ углы BAD и DAC из-
вѣстны (§. 198. Геом.). Также положивъ,
что синусъ угла ABD = r , синусъ угла
BAD = t , синусъ угла DAC = q , синусъ
угла ACD = p ; то будетъ.

$$\begin{cases} t:r = x:BD \\ p:q = x:CD \end{cases} \quad (\S. 69. 70 \text{ и } 71. \text{ Тригон.});$$

$$\begin{aligned} \text{следовательно } BD &= \frac{rx}{t} \\ DC &= \frac{qx}{p} \end{aligned} \quad \left\{ \begin{array}{l} (\S. 222. \text{ Геом.}) \end{array} \right.$$

Но какъ $BD + DC = BC$ (§. 34. Ариѳ.); то
будетъ

$$\begin{aligned} \frac{rx}{t} + \frac{qx}{p} &= a \\ prx + tqx &= apt \\ x &= \frac{apt}{pt + tq} \end{aligned}$$

дру.

ДРУГИМЪ ОБРАЗОМЪ.

Принявъ AD за цѣлой синусъ, будетъ BD тангенсъ угла BAD, DC тангенсъ угла DAC (§. 56. Тригон.). И такъ положивъ, что цѣлой синусъ = t , тангенсы m да n , будетъ.

$$\begin{aligned} t : m &= x : BD \\ t : n &= x : DC \end{aligned} \left\{ \begin{array}{l} (\S. 56. \text{ Тригон.}); \end{array} \right.$$

$$\begin{aligned} \text{следовательно } BD &= \frac{mx}{t} \\ DC &= \frac{nx}{t} \end{aligned} \left\{ \begin{array}{l} (\S. 222. \text{ Геом.}) \end{array} \right.$$

Но какъ $BD + DC = BC$ (§. 34. Ариф.); то будетъ

$$a = \frac{(nx + mx)}{t}$$

$$at = nx + mx$$

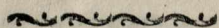
$$\frac{at}{n + m} = x$$

То есть, къ суммѣ тангенсовъ угловъ BAD и DAC, къ цѣлому синусу и къ основанію BC сыскавъ четвертое пропорціональное число, получишь искомую высоту AD данного треугольника.

ЗАДАЧА LXXXII.

§. 207. Найди хорду СВ дуги, сложенной изъ дугижъ АВ и половиннаго ея до-
пол.

Ф. 33



полненія къ полкругу; когда будутъ даны хорда дуги АВ меньшей, нежели четверть круга, и припомъ полупоперешникъ круга СЕ.

РѢШЕНІЕ.

Данную хорду АВ означивъ параллельно съ поперешникомъ круга CD, слѣлай DF = АВ и проводи прямыя linee EB, AD и BF; то, по елику $x = o$ (258. Геом.), и для параллельныхъ линей AD и BF (194. Геом.), $x = y$ (§. 189. Геом.), будетъ $o = y$ (§. 32. Ариѳ.). Но какъ CE = EB (§. 79. Геом.); то будетъ $u = o$ (§. 186. Геом.) и $u = y$ (§. 32. Ариѳ.). Слѣдовашельно CF : CB = CB : CE (§. 210 Геом.). И пакъ, положивъ, что АВ = а, СЕ = г, СВ = х, будетъ CF = а + 2г; слѣдовашельно.

$$a + 2г : x = x : г$$

$$aг + 2г^2 = x^2$$

$$\sqrt{aг + 2г^2} = x$$

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 208. Когда уголъ CBD есть прямой (§. 260. Геом.); то будетъ $BD^2 = 4г^2 - ar - 2г^2 = 2г^2 - ar$ (§. 372. Геом.); слѣдовашельно BD хорда половиннаго дополненія къ полкругу дуги AC = $\sqrt{2г^2 - ar}$.

ПРИ-

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 209. И такъ квадраты хорды DB, проведенной подъ меньшею дугою, нежели четверть круга, равняются прямоугольному четвероугольнику, произшедшему изъ умноженія полупоперешника SE на разность, какая находится между хордою AB, съ поперешникомъ чрезъ точку В проведенною параллельно, и между поперешникомъ CD.

ПРИБАВЛЕНІЕ 3.

§. 210. Изъ чего явствуетъ, что квадраты хорды CB и BD содержащихся между собою, какъ $2r^2 + ar : 2r^2 - ar$ (187. и 188.), то есть, какъ $2r + a : 2r - a$ (§. 146 Ариэ.); то есть, квадраты хорды CB и BD содержащихся между собою, какъ сумма изъ поперешника CD и хорды AB къ разности, какая находится между сею хордою и поперешникомъ.

ЗАДАЧА LXXXIII.

§. 211. Найди діагональную линию AB, проведенную въ четвероугольникъ ABCE, написанномъ въ кругѣ; когда будутъ даны бока онаго четвероугольника AE, EB, BC и AC, и при томъ другая діагональная линия EC.

М

РѢШЕ-

РѢШЕНІЕ.

Положивъ, что $AE = a$, $EB = b$, $BC = c$, $AC = d$, $EC = f$, $AB = y$, проведи линію EF такъ, чтобъ было $\phi = x$ (§. 168. Геом.). Поеликужъ сверхъ того $\angle ACE = \angle ABE$ (§. 258. Геом.); то будетъ $EC : AC = EB : BF$, то есть, $f : d = b : BF$ (§. 210. Геом.). И такъ $BF = \frac{bd}{f}$; поелику также $\angle EAB = \angle ECB$ (§. 258. Геом.), $\angle AEF = \angle CEB$ (§. 35. Ариѳ.); то будетъ $EC : CB = EA : AF$, то есть, $f : c = a : AF$ (§. 210. Геом.). И такъ $AF = \frac{ac}{f}$; слѣдовательно

$$\frac{bd}{f} + \frac{ac}{f} = y \quad (\S. 32. \text{Ариѳ.}).$$

$$\frac{bd + ac}{f} = y$$

$$bd + ac = fy$$

То есть, въ чешвероугольникъ, написанномъ въ кругъ $AECB$, прямоугольной чешвероугольникъ происходящей діагональной линіи EC на другую діагональную AB равняется прямоугольнымъ чешвероугольникамъ, происходящимъ изъ умноженія противоположенныхъ боковъ EB на AC , и AE на BC .

ГЛАВА ОДИННАТЦАТАЯ

О

Спойствъ криыхъ линей.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXVIII.

§. 212. *Поперешникъ* (Diameter) кривой линей есть линей AD, раздѣляющая въ почкѣ Р прямыя линей MM, между собою ф. 35. параллельныя, на двѣ равныя части. И въ особливости *осью* (axis) называется, естли она прямыя линей, параллельныя между собою, при прямыхъ углахъ пересѣкаеиъ на двѣ равныя части.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXIX.

§. 213. *Верхъ* (vertex) кривой линей есть почка А, изъ которой проводится поперешникъ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXX.

§. 214. *Ординаты* (ordinatae) сущь линей параллельныя MM, кои поперешникомъ пересѣкаются на двѣ разныя части; половинныя оныхъ части PM, называются *семіординаты* (Semiordinatae).

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXI.

§. 215. *Абсцисса* (abscissa) есть часть поперешника AP или другой линей, къ которой криваяо приносится, между верхомъ или другою какою неподвижною почкою и семіординою

М 2

PM

РМ умѣщающаяся; нѣкоторыя называютъ абсциссу *стрѣлою* (sagittam).

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXII.

§. 216. *Поперешникъ* *пкосъ* *пропеген-*
 ф.36. *ной* (diameter transversa) АВ есть такая линия,
 которая, съ обѣихъ сторонъ между кривыми линиями продолженная, пересѣкаетъ на двѣ равныя части прямая линіи ММ, между тѣмижъ кривыми линиями параллельныя.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXIII.

§. 217. *Поперешникъ сопряженной* (diameter coniugata) есть прямая линіи DE, которая пересѣкаетъ на двѣ равныя части линіи, съ другимъ поперешникомъ на пр. АВ проведенныя параллельно. Или, сопряженной поперешникъ DE есть линіи параллельная съ семіординами, или ординатами МР другаго поперешника АВ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXIV.

§. 218. *Параметръ* (parameter), или *прямой вохъ* (latus rectum) есть такая линіи,
 ф.38. которая, будучи умножена на абсциссу, равняется квадрату семіординаты.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXV.

§. 219. Линіи изъ кривыхъ *перемѣняемыя* (variabiles, mutabiles, Inconstantes) суть, кои при возрастаніи, или умаленіи другихъ

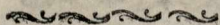
тихъ линей, сами возрастаютъ, или умаляются. На пр. Семіординашы РМ и абсциссы АР. Ибо онѢ, при возрастѢніи, или умаленіи круга, сами возрастаютъ, или умаляются. На противъ того линей изъ кривыхъ *неперемѣняемыя* (*immutabiles, constantes, invariabiles*) суть шѢ, кои, при возрастѢніи, или умаленіи другихъ, сами не возрастаютъ и не умаляются. На пр. полуперешникъ куга АС есть линейя *неперемѣняемая*; ибо при возрастѢніи, или умаленіи абсциссы и семіординашъ АР и РМ, самъ онѢ не перемѣняется. Равнымъ образомъ параметръ въ трехъ коническихъ сѣченіяхъ и перешникъ въ ЭллипсисѢ и параболѢ почитаются *неперемѣняемыми* линейями.

ПОЛОЖЕНІЕ ІХ.

§. 220. Линей *неперемѣняемыя* первыми азбучными буквами, на пр. а, в, с, и проч. а *перемѣняемыя* послѣдними, на пр. х, у, з означаются. И въ особливо-сти абсцисса буквою х, а семіординаша буквою у означается.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§ 221. Между кривыми линейями особливо извѣстны шѢ, которыя изъ искуснаго разрѣзыванія конуса происходятъ, почему и называются *сѣченіями коническими*.



ми (Sectiones conicae). Оныхъ считается
три: Парабола, Эллипсисъ и Ипербола.

О П Р Е Д Ъ Л Е Н І ХХХVІ.

§. 222. *Парабола* (parabola) есть такая
Ф. 39. кривая линия, въ которой квадратъ семі-
ординаты равняется прямоугольному чет-
вероугольнику, произшедшему изъ умно-
женія абсциссы на прямую неперемѣняемую
линею, называемую параметромъ. То есть,
въ параболѣ $ax = y^2$.

П Р И Б А В Л Е Н І Е 1.

§. 223. Слѣдовательно въ параболѣ
 $a = y^2 : x$, то есть, параметръ есть третья
пропорціональная линия ко всякой абсциссѣ
и къ принадлежащей до нея семіординатѣ.

П Р И Б А В Л Е Н І Е 2.

§. 224. Сверхъ сего $y = \sqrt{ax}$, то
есть, въ параболѣ семіордината есть
средняя пропорціональная линия между
параметромъ и принадлежащею до нея аб-
сциссою.

П Р И Б А В Л Е Н І Е 3.

§. 225. На послѣдокъ $x = y^2 : a$, то
есть, въ параболѣ абсцисса есть третья
пропорціональная линия къ параметру и
семіординатѣ.

З А Д А Ч А LXXXIV.

§. 226. Начертить параболу.

РѢШЕ-

РѢШЕНІЕ.

1. На прямой линіѣ LP означь параметръ AL описываемой параболы. Ф. 40.

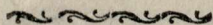
2. Въ A возставивъ неопредѣленной длины перпендикулъ Am , и по изволению на линіѣ LP выбравъ нѣсколько центровъ, начерпи полукружія LMR , Lmr , и проч. по будетъ AP , Ar и проч. абсциссы, AM , Am и проч. семіординаты параболы.

3. Такимъ образомъ, естли на ось AP перенесешь найденныя абсциссы, и на оныхъ подъ прямыми угламизначишь ординаты, изъ верьху A чрезъ крайнія точки сихъ означенныхъ ординатъ проходящая кривая линія будетъ желаемая парабола.

ДРУГИМЪ ОБРАЗОМЪ.

1. Данной параболы параметръ AB Ф. 39. продолживъ до C , въ точкѣ B , внизъ линіи AC , возставь перпендикулярную линію BN .

2. Изъ центровъ, по изволению взятыхъ, расшворивъ ножку циркула до A , начерпи дуги, прямую линію BV въ I. II. III. IV. V. и проч. прямуюжъ BC въ 1. 2. 3. 4. 5. и проч. пересѣкающія; по будетъ B_1 , B_2 , B_3 , B_4 , B_5 , и проч. абсциссы, а BI . VII. VIII. IV. BV . и проч. семіординаты (§. 267. Геом.).



3. Пошомъ частицы В1. В2. В3 и проч. на прямой линее ВС назначенныя, перенеси на линейю ВN, и въ точкахъ 1. 2. 3. и проч. возставъ перпендикулы $\Pi = В1$, $2\Pi = В2$, $3\Pi = В3$ и проч. Такимъ образомъ кривая линейя чрезъ точки I. II. III. и проч. проходящая будетъ желаемая парабола.

ТРЕТЬИМЪ ОБРАЗОМЪ.

Принявъ линейю Ах за ось параболы, а почку А за верхъ оной, и соединивъ параметръ АВ съ линейею Ах, проводи прямую линейю CD такъ, чтобъ она Вх пересѣкала подъ прямыми углами; пошомъ начерти по изволению нѣсколько круговъ, проходящихъ чрезъ точку В и пересѣкающихъ ось въ Р. Р. Р. и проч. Такимъ образомъ АР. АР. АР. и проч. будутъ абсциссы, а $Р1 = А1$, $Р2 = А2$, $Р3 = А3$ и проч. семіординаты параболы (§. 267. Геом.).

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 227. Изъ сего явствуетъ, что всякую точку параболы можно опредѣлить геометрическимъ образомъ. На пр. есть ли пожелаешь знать, находишься ли почка М въ параболѣ, или нѣтъ? То для сего изъ точки М на линейю ВN опусти перпендикулъ РМ и сдѣлай РN равную параметру АВ; пришомъ на линее ВN опишавъ полкруга, смотри, проходишь ли начерчен-

ченное полукружіе чрезъ точку М? Есть-
ли проходишь; то почипашь, что та по-
чка находишься въ параболѣ (§. 267. Геом.)

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXVII.

§. 228. *Зажигательная точка* (focus)
есть такая на оси находящаяся точка F , ^{ф.4.}
изъ которой проведенная семіордната FN
равняется семипараметру. Или, есть та-
кая точка, гдѣ параметръ составляетъ
ординату.

ЗАДАЧА LXXXV.

§. 229. Найти разстояніе зажига-
тельной точки F отъ верьху A , то есть,
найди AF .

РѢШЕНІЕ

Положивъ, что $AF = x$, параметръ $= a$;
то будетъ $FN = \frac{1}{2} a$ (§. 208.); слѣдо-
вательно

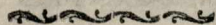
$$\frac{1}{4} a^2 = ax \quad (\S. 202.)$$

$$\frac{1}{4} a = x$$

То есть, въ параболѣ разстояніе AF
зажигательной точки F отъ верьху A есть
четвертая часть параметра.

ПРИМѢЧАНІЕ 1.

§. 230. Показанная здѣсь парабола обы-
кновенно называется Аполлоніевою, для
того что изъ древнихъ онъ одинъ писалъ
о ней основательнѣе.



ПРИМѢЧАНІЕ. 2

§. 231. Въ параболѣ квадраты ординатъ содержащія между собою, какъ абсциссы; а параметръ къ суммѣ двухъ половинныхъ ординатъ содержится, какъ разность ихъ къ разности абсциссъ.

ПРИМѢЧАНІЕ. 3

§. 232. Прямая линия FM проведенная изъ зажигательной точки F параболы къ концу ординаты равна суммѣ, состоящей изъ абсциссы и изъ разстоянія зажигательной точки отъ верху.

ПРИМѢЧАНІЕ. 4

§. 233. Простѣйшій способъ для начерченія параболы есть слѣдующій:

Ф.43. 1. въ какомъ нибудь треугольникѣ, на пр. BCD раздѣливъ основаніе BD въ точкѣ E на двѣ равныя части, возставъ перпендикулярную линию SE, и чрезъ точку D проводи съ нею параллельную не опредѣленной длины.

2. Раздѣливъ половину основанія ED на нѣсколько равныхъ частей, возставъ изъ точекъ раздѣленія столькожъ перпендикуловъ.

3. Бокъ BC треугольника продолжи до тѣхъ поръ, пока онъ не пересѣчетъ линии, чрезъ точку D проведенной.

4. Потомъ линейю, изъ почки D проведенную и опредѣленную чрезъ бокъ ВС раздѣливъ на сколькожъ равныхъ частей, на сколько раздѣлена половина основанія, изъ почки В къ онымъ раздѣленіямъ проводи прямыя линейи, которыя, пересѣкая перпендикулярныя, на половинѣ основанія возставленныя, покажутъ почки сѣченія, чрезъ кои проведенная кривая линейя CD будетъ парабола. См. Кн. 1. Предлож. 51. Конеч. Сѣчен. Михаила де Шале.

О П Р Е Д Ѣ Л Е Н І Е XXXVIII.

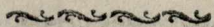
§. 234. *Эллипсисъ* (Ellipsis), или *опальная* (ovalis) есть такая кривая линейя, въ которой квадратъ семіординашы MP къ ф.37. прямоугольному четвероугольнику, произшедшему изъ умноженія отрѣзковъ оси AP и PV содержится, какъ параметръ къ оси. То есть, еслили $AB = a$, параметръ $= b$; $PM = y$, $AP = x$; то будетъ $b : a = y^2 : ax = x^2$; и поному $ay^2 = abx = bx^2$

ЗАДАЧА LXXXVI.

§. 235. Найти свойство эллипсиса.

Р ѣ ш е н і е.

Принявъ за поперешникъ эллипсиса Aa, а за параметръ AL, приложи къ крайнимъ ф.44. поперешника точкамъ линійки AK и aO,
двиг-



движущіяся около почекъ A и a , и естьли сѣченіе линѣекъ въ почки M сдѣлается такъ, что будетъ $AO = LN$, или разстояніе линѣйки aO отъ верьху A будетъ равно перпендикулу, изъ крайней параметра почки L на линѣйку AK опущенному; то почка M будетъ находится въ эллиписѣ. Положивъ, что $AL = p$, $Aa = a$, $AP = x$, $ap = a - x$, $PM = y$, $LN = m$; то, поелику $\triangle ALN \sim \triangle APM$, будетъ имѣть мѣсто слѣдующая пропорція:

$$AL, LN = PM : AP$$

$$p : m = y : x$$

$$px = my$$

$$\frac{px}{y} = m$$

И поелику $\triangle AaO \sim \triangle PaM$, будетъ

$$Aa : AO = aP : PM$$

$$a : m = a - x : y$$

$$ay = ma - mx$$

$$\frac{ay}{a-x} = m$$

И потому
$$\frac{ay}{a-x} = \frac{px}{y}$$

$$ay^2 = apx - px^2$$

$$y^2 = px - \frac{px^2}{a}$$

То есть, въ эллипсисѣ квадратъ семи-
ординаты равенъ прямоугольному четверо-
угольнику, произшедшему изъ умноженія
параметра на абсциссу, безъ другаго прямо-
угольнаго четвероугольника, произшедшаго
изъ умноженія тойже абсциссы на чеп-
вертую пропорціональную линію къ попе-
решнику, параметру и абсциссѣ. На пр.

$$a:p = x:\frac{px}{a}$$

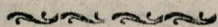
ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 237. Поелику $y^2 : ax = x^2 : p$; то
явствуетъ изъ сего, что въ эллипсисѣ
квадратъ семиординаты къ прямоугольно-
му четвероугольнику, произшедшему изъ
отрѣзковъ поперешника, содержится, какъ
параметръ къ поперешнику.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 238. И такъ въ эллипсисѣ меньшая
ось ED есть средняя пропорціональная ли-
нія между большею осью АВ. и параме-
метромъ. Слѣдовательно параметръ есть
третья пропорціональная линія къ боль-
шей и меньшей оси. Ибо, если $x = \frac{1}{2}a$,
будетъ $y^2 = \frac{1}{2}ab - a^2b : 4a = \frac{1}{4}ab$; слѣ-
довательно $y = CD = \sqrt{\frac{1}{4}ab}$. Почему DE
 $= 2\sqrt{\frac{1}{4}a} = \sqrt{ab}$.

ЗАДА-



ЗАДАЧА LXXXVII.

§. 239. Найми въ эллипсисѣ ось АВ,
 Ф.45. когда будущѣ даны въ оной параметръ,
 перпендикулярной къ оси АЛ, абсцисса АР,
 и семіординапа РМ.

РѢШЕНІЕ.

1. Сдѣлавъ $AN = AQ = PM$, проводи
 NF параллельно съ LQ; то будетъ $AF =$
 $y^2 : b$, слѣдовательно $NF = x - y^2 : b$.

2 Продолживъ ЛД до G и сдѣлавъ AN
 $= FR$, $AG = AP$, проводи GB параллель-
 но съ HP; то будетъ $AB = bx^2 : (bx - y^2)$,
 то есть, искомая ось.

ЗАДАЧА LXXXVIII.

§. 240. Найми въ эллипсисѣ параметръ
 Ф.46. AG; когда будущѣ даны въ оной ось АВ,
 абсцисса АР и семіординапа РМ.

РѢШЕНІЕ.

1. Сдѣлавъ $AI = PM$, изъ А чрезъ М
 проводи прямую линію АЛ.

2. Въ точкѣ І возставъ перпендикулъ
 LI; то, по причинѣ $AP : PM = AI : LI$ (§. 206.
 Геом.), будетъ $LI = y^2 : x$.

3. Продолживъ РМ до О такъ, чтобъ
 было $PO = LI = y^2 : x$, изъ В чрезъ О
 проводи прямую линію ВG.

4. Въ А возставъ перпендикулъ GA; то,
 по причинѣ $BP : PO = BA : GA$, будетъ GA
 $ay^2 :$

$= ay^2 : (ax - x^2)$, то есть, искомой параметрѣ.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 241. Когда $x = AC = \frac{1}{2} a$; то изъ сего происходитъ слѣдующая пропорція: $\Phi. 47.$
 $y^2 : \frac{1}{4} a^2 = p : a$, помощію сего величина сопряженной оси находится; ибо сравненіе изъ вышеположенной пропорціи составляется слѣдующее:

$$ay^2 = \frac{1}{4} a^2 p$$

$$y^2 = \frac{1}{4} ap$$

$$y = \frac{1}{2} \sqrt{ap}$$

$$2y = \sqrt{ap}$$

То есть, половинная сопряженная ось ВС есть половинная часть средней пропорціональной линіи между параметромъ и поперешникомъ; или, весь сопряженной поперешникъ BD есть средняя пропорціональная линія между параметромъ и поперешникомъ. И поелику $ay^2 = ap$, то выйдетъ изъ сего слѣдующая пропорція: $a : 2y = 2y : p$. То есть, параметрѣ p есть третья пропорціональная линія къ поперешнику и съ нимъ сопряженному поперешнику $2y$.

ЗАДАЧА LXXXIX.

§. 242. Начерпипь эллипсисъ, или овальную фигуру.

РѢШЕ-

РѢШЕНІЕ.

ф. 48. 1. Поскольку въ эллипсисѣ $y^2 = \frac{ax - x^2}{a}$;
то будетъ $y = \sqrt{\frac{ax - x^2}{a}}$: но какъ изъ

сего сравненія можно вывести слѣдующую
пропорцію: $x : p = x \frac{px}{a}$; по

2. Между $\frac{px}{a}$ и $a - x$ должно сыскать
среднюю пропорціональную линейю, или се-
мїординапу, взятой абсциссѣ соотвѣст-
ствующую.

3. Для сысканіяжѣ большаго числа се-
мїординашѣ, къ поперешнику Aa приложи
подъ прямымъ угломъ параметръ AL , и
начертивъ ипошенузу La , въ треугольникѣ
 AaL проводи нѣсколько перпендикулярныхъ
линей PR , pr и проч. которыя будутъ че-
твертыя пропорціональныя линейи къ Aa ,
 AL и aP . Или ар.

4. Помощь между сими четвертыми
пропорціональными линейями и $a - x$, или
 AP , Ar , найди среднія пропорціональныя
линейи, которыя покажутъ, какія семїор-
динапы должно наложить на абсциссы,
чрезъ крайнія точки коихъ проведенная
кривая линейя будетъ эллипсисѣ.

Дру-

другимъ образомъ

1. Въ центрѣ А, распвореніемъ циркула АВ, начерпи кругъ ВСD.

2. Тѣмже распвореніемъ циркула, Ф.49.
изъ какой нибудь почки, на окружности начерченнаго круга взяшой, начерпи другой кругъ, которой чрезъ центръ перваго проходя, въ двухъ мѣстахъ пересѣчетъ оной.

3. Центры и сѣченія соедини прямыми линиями САD и ЕВF, которыя въ F или С на окружности круга покажутъ почку для распворенія циркула изъ противоположеннаго круговъ сѣченія, изъ коихъ сѣченій есцьли чрезъ найденныя почки дополнятся дуги, сливающіяся съ окружностями круговъ; то произойдетъ Эллипсисъ, или овальная фигура.

Механическимъ образомъ

1. Выбравъ по изволению двѣ почки на какой нибудь плоскости, въ оныхъ вколоти по гвоздю.

2. Около шѣхъ гвоздей обведя произвольной длины веревку, концами связанную, и заложивъ за оную что нибудь оспроконечное, черпи онымъ вкругъ; то и начерпится овальная фигура.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 243. Помянушая веревка, по различію почекъ, взятыхъ по изволенію, какъ ценшровъ, различную и овальную фигуру описывать можетъ. Ибо чѣмъ ближе центры будутъ другъ къ другу, тѣмъ ближе и фигура описываемая будетъ подходить къ кругу, чѣмъ же далѣе напротивъ того будутъ отстоятъ другъ отъ друга центры, тѣмъ и фигура продолговатѣе, или овальнѣе начерпится, такъ что ежели тѣ центры соединятся; то уже въ такомъ случаѣ не овальная фигура, но совершенной кругъ произойдетъ.

ЗАДАЧА ХС.

Ф.47. §. 244. Найди въ Эллипсисѣ разстояніе зажигающей почки отъ верху-

РѢШЕНІЕ.

Когда MN естъ параметръ, а F зажигающая почка Эллипсиса; то будетъ

$$\frac{1}{4} P^2 = px - \frac{4x^2}{a} \quad (\S. 198. \text{ и } 208.)$$

$$\frac{1}{4} ap^2 = apx - px^2$$

$$\frac{1}{4} ap = ax - x^2$$

Ипоелику извѣстно, что AF гораздо меньше, нежели AC; то надлежитъ сдѣлать
обраш-

обратное сравненіе, такъ чтобъ было
 $x^2 - ax$, то есть,

$$x^2 - ax = -\frac{1}{4}ar$$

$$\frac{1}{4}a^2 - ax + x^2 = \frac{1}{4}a^2 - \frac{1}{4}ar \text{ допол. неполн. квад.}$$

$$\frac{1}{2}a - x = \sqrt{\left(\frac{1}{4}a^2 - \frac{1}{4}ar\right)}$$

Когдажъ приложишь x , и извлечешь квадратной радикасъ; то будетъ

$$\frac{1}{2}a - \sqrt{\left(\frac{1}{4}a^2 - \frac{1}{4}ar\right)} = x = AF$$

То есть, составъ радикасъ, сыскавъ среднюю пропорціональную диней между $\frac{1}{2}a$ — $\frac{1}{2}r$ и $\frac{1}{2}a$, которая будетъ FC , и оную вычти изъ половинной оси AC , получишь AF искомое разстояніе зажигающей точки отъ верху.

ЗАДАЧА ХСІ.

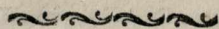
§. 245. Найди величину линей $B'F$ и $B'f$, которыя изъ двухъ зажигающихъ точекъ Эллипсиса проведены къ крайней точке сопряженнаго поперешника $B'D$. Ф. 47.

РѢШЕНІЕ.

Когда выше сего сказано, что FC и fc $= \sqrt{\frac{1}{4}a^2 - \frac{1}{4}ar}$ (§. 223.), также выше сего показано, какъ находишь половинной меньшей поперешникъ $BC = \frac{1}{2}\sqrt{ar}$ (§. 220.); то, въ силу Пизагоровой Теоремы, будетъ

Н 2

FC^2



$$FC^2 + BC^2 = BF^2$$

$$\frac{1}{4} a^2 - \frac{1}{4} ap + \frac{1}{4} ap = BF^2$$

$$\text{или } \frac{1}{4} a^2 = BF^2$$

$$\frac{1}{2} a = BF$$

И поелику $BF = Bf$; то видно, что
линии изъ зажигательныхъ почекъ къ край-
ней точкѣ меньшей оси Эллипсиса прове-
денныя, вмѣстѣ взятыя, равняются боль-
шей оси.

П Р И В А В Л Е Н І Е.

§. 246. Тоже самое и о другихъ вся-
кихъ линейхъ, кои изъ двухъ зажига-
тельныхъ почекъ къ почкамъ, на окру-
жности Эллипсиса находящимся, проводяш-
ся, можно доказать.

О П Р Е Д Ъ Л Е Н І Е XXXIX.

Ф. 36. §. 247. *Ипервола* (Hyperbola) есть такая
кривая линия, въ которой $ay^2 = abx + bx^2$, то есть, $b : a = y : ax + x^2$, или, ква-
драгъ семіординаты къ прямоугольному
четвероугольнику, произшедшему изъ ум-
ноженія абсциссы на прямую, сложенную
изъ тойже абсциссы и нѣкоторой прямой
неперемѣняемой линии, которая попе-
речною осью, или поперечнымъ вокомъ (axis
transversus, vel latus transversum) называется,
содержишся такъ, какъ другая прямая не-

неперебѣняемая линия, именуемая *параметръ оси* (parameter axis), къ поперечной оси.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 248. Слѣдовательно и здѣсь, какъ въ Эллипсисѣ, будетъ $y^2 = bx \frac{+bx^2}{a}$, $b = ay^2 : (ax + x^2)$, $a = bx^2 : (y^2 - bx)$ и проч. только съ пою опмѣною, что здѣсь противоположные находятся знаки.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 249. Изъ чего явствуемъ, что въ Иперболѣ, такъ какъ и въ Эллипсисѣ, сопряженною осью почитается средняя пропорціональная линия между поперечною осью и параметромъ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XL.

§. 250. Ежели поперечная ось АВ съ осью АХ соединяется въ прямой линіи и въ С раздѣляется на двѣ части; то точка С называется *центромъ* (centrum).

ЗАДАЧА ХСII.

§. 251. Найти въ Иперболѣ разстояніе АГ зажигательной точки Г отъ верьху АГ; когда въ оной будутъ даны параметръ и поперечная ось АВ.

Н 3

РѢШЕ-

РѢШЕНІЕ.

Положивъ, что параметръ $= b$, АВ $= a$; то будетъ $FN = \frac{1}{2} b$.

$$b : a = \frac{1}{4} b^2 : ax + x^2$$

$$\frac{1}{4} ab^2 = abx + bx^2$$

$$\frac{1}{4} ab = ax + x^2$$

$$\frac{1}{4} a^2 + \frac{1}{4} ab = \frac{1}{4} a^2 + ax + x^2$$

$$\sqrt{\left(\frac{1}{4} a^2 + \frac{1}{4} ab\right)} = \frac{1}{2} a + x$$

$$\sqrt{\frac{1}{4} a^2 + \frac{1}{4} ab} - \frac{1}{2} a = x$$

То есть находится x , сыскавъ между $\frac{1}{2} a$ и $\frac{1}{2} a + \frac{1}{2} b$ среднюю пропорціональную линію и отнявъ отъ того $\frac{1}{2} a$. Или, по елику $\sqrt{\frac{1}{4} ab} = CE$ (§. 228.), сдѣлавъ $AG = CE$, будетъ $GC = \sqrt{\left(\frac{1}{4} a^2 + \frac{1}{4} ab\right)}$. По чѣму, когда $AC = \frac{1}{2} a$, изъ центра C полуперешникомъ CG начерти дугу GF , пересѣкающую ось въ F , будетъ $AF = \sqrt{\left(\frac{1}{4} a^2 + \frac{1}{4} ab\right)} - \frac{1}{2} a$; слѣдовательно въ F будетъ зажигательная точка.

Ф. 50.

ЗАДАЧА ХСІІІ.

§. 252. Найди свойство Иперболы.

РѢШЕНІЕ.

Принявъ за поперечную ось Aa , двѣ линійки подвижныя, къ крайнимъ оной оси почкамъ приложенныя двигайтакъ, чтобъ, по положеніи параметра AL , сдѣлалось $AK = LN$.

LN. По учиненіи сего, произойдутъ подобные преугольники, то есть, $\triangle ALN \sim \triangle APN$, и пошому

$$AL : LN = PM : AP$$

$$p : m = y : x$$

$$px = my$$

$$\frac{px}{y} = m$$

Также, по причинѣ подобныхъ преугольниковъ AaK и aPM, будетъ

$$Aa : AK = aP : PM$$

$$a : m = a \dagger x : y$$

$$ay = ma \dagger mx$$

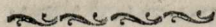
$$\frac{ay}{ax} = m$$

И такъ $\frac{ay}{ax} = \frac{px}{y}$

$$ay^2 = apx \dagger px^2$$

$$y^2 = px \dagger \frac{px^2}{a}$$

То есть, въ Иперболѣ квадратъ семиординаты y^2 равняется прямоугольному чепвероугольнику, произшедшему изъ умножанія абсциссы на параметръ px , приложивъ потомъ къ тому другой прямоугольной чепвероугольникъ, произшедшей изъ умноженія абсциссы на чепвертую пропор-



ціональную лінею кЪ поперешнику , параметру и абсциссѢ.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 253. Для сысканіяжѢ вЪ ИперболѢ семіординатѢ, поелику $y = \sqrt{\frac{ax + px^2}{a}}$, надлежитѢ сперва найти четвертыя пропорціональныя лінеи $\frac{px}{a}$ чрезѢ слѣдующую пропорцію, $a : p = x : \frac{px}{a}$, пошомѢ среднія пропорціональныя лінеи между $\frac{px}{a}$ и $a + x$.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 254. КакѢ вЪ ЭллипсисѢ сумма ліней , $\Phi 51$. кои изѢ двухѢ зажатыхѢ почекѢ проводятся кЪ какому нибудь почкамѢ , на окружности находящимся , равняется большей оси ; такѢ и вЪ ИперболѢ напроливѢ того разность ліней , кои изѢ зажатыхѢ почекѢ проводятся кЪ какой нибудь почкѢ Иперболы , равняется поперешнику Аа.

ЗАДАЧА. ХСІV.

$\Phi 52$. §. 255. Начертить Иперболу.

РѢШЕ-

РѢШЕНІЕ.

1. На прямой неопредѣленной линіѣ взявъ ось Aa , означь на оной равныя для зажигающей точки разстоянія отъ верьху, какъ значитъ af и AF .

2. Въ нижней зажигающей почкѣ F , по изволенію взятымъ раствореніемъ циркула, начерпи съ обѣихъ споронъ оси дуги; раствореніемъ циркула, взятое по изволенію, потчасѣ изъ верьху A перенеси на ось внизу, такъ какъ абсциссу.

3. Попомъ смѣрявъ циркулемъ сумму поперечной оси Aa и абсциссы AP , или смѣрявъ линію aP и поставивъ одну ножку циркула въ верхней зажигающей почкѣ f , пересѣки съ обѣихъ споронъ помѣмъ раствореніемъ нижнія назначенныя дуги, и есѣли много такихъ дугъ, взаимно другъ друга пересѣкающихъ изъ верьхней и нижней зажигающей точки проведено будетъ, то изъ верьху A чрезъ точки сѣченій M означится Ипербола.

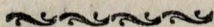
Другимъ образомъ

1. Сдѣлавъ AB равно поперечной оси, означь зажигающыя точки f и F . Ф. 53.

2. Соединивъ съ fO прямую линію fK подъ какимъ нибудь оспрымъ угломъ, изъ центра f полупоперешниками, взятыми

Н 5

боль.



больше, нежели fA , начерти нѣсколько дугъ, изъ одного и тогожъ центра пересѣкающихъ прямую линію fK въ точкахъ I. II. III. и проч.

3. Сдѣлавъ $FL = AB$, изъ зажигательной почки F распвореніями LI. LII. LIII. и проч. пересѣки съ обѣихъ сторонъ тѣ дуги въ точкахъ 1. 2. 3. и проч. по чрезъ почки 1. 2. 3. проведенная кривая линія будетъ Ипербола.

Третьимъ образомъ

1. Начерти по изволенію такой преугольникъ ABC , чтобъ оной былъ или весьма острой, или не очень острой около почки C .

Ф.53. 2. Принявъ по исполенію за верхъ Иперболы на пр. почку E , проводи пониже оной нѣсколько линей параллельныхъ съ основаніемъ того преугольника, и чѣмъ болѣе такихъ линей проведено будетъ, тѣмъ почнѣ начертится Ипербола. Проводить же оныя параллельныя линей должно между боками преугольника такъ, чтобъ первая проведенная параллельная линія, на пр. FN была средняя пропорціональная между EF и FG , вторая KI средняя пропорціональная между EK и KL , AD средняя пропорціональная между EA и AB . и проч.

3. Съ другой стороны поперешника АС доповнивъ тоже разстояніе параллельныхъ линей, естли проведешъ чрезъ крайнія оныхъ точки кривую линей, то она будетъ Ипербола.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ ХLI.

§. 256. Естли линей MN чрезъ верхъ D Иперболы проведена будетъ параллельная съ ординатами ея; то изъ центра А чрезъ оба той параллельной линей концы проведенныя прямыя линей АВ и АС называющіяся *Асимптоты* (Asymptotae). Ф. 54.

ПРИМѢЧАНІЕ 1.

§. 257. Изъ многихъ равнымъ образомъ пересѣкающихъ конусъ линей, на поверхности онаго произошли сіи, кои, послѣдую Аполлонію, новѣйшіе назвали Параболою, Иперболою и Эллипсисомъ; то есть, Парабола, или *линей равенства* (linea aequalitatis) потому названа такимъ именемъ, что въ оной $px = y^2$; Эллипсисъ, или *линей недостаточества* (linea defectus) потому, что въ оной $px - \frac{px^2}{a} = y^2$, а Ипербола, или *линей излишества* (linea excessus) потому, что въ оной $px + \frac{px^2}{a} = y^2$. Древніежъ

Матем.

Математики называли такія linee сѣченіями конуса прямоугольнаго, шупоугольнаго и оспроугольнаго.

ПРИМѢЧАНІЕ 2.

§. 258. Кромѣ вышепоказанныхъ кривыхъ линей, произшедшихъ изъ сѣченія конуса, суть еще другія, которыя происходятъ изъ непрерывнаго движенія какой нибудь точки. На пр. Циклоисъ, Конхоисъ, Квадраприксъ и Спиральная линия.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XII.

§. 259. Циклоисъ, или Трохоисъ (Cyclois, иеі ф. 55. Trochois) есть такая кривая линия АВ, которая происходитъ изъ обращенія круга АР-НН на прямой линіи ВС, то есть, изъ движенія точки А, на окружности круга находящейся, такъ что та точка при началѣ движенія на концѣ В, при окончаніи же онаго движенія на концѣ С той прямой линіи ВС находится. Или Циклоисъ происходитъ изъ того, когда кругъ на прямой линіи ВС двигается до тѣхъ поръ, пока весь не оборотится, то есть, когда находящаяся на поверхности его точка А опять не придетъ въ самой низъ.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 260. Изъ чего явствуется, что при такомъ обращеніи круга какъ бы вся его окруж-

окружность распиралась въ прямую
линею BC , и пошому полкруга $APH = BH$.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 261. И такъ $BF =$ четверти круга MF и
 $MD =$ четверти круга $AP = FH = MP$, по-
шому что $ME = PG$.

Слѣдовательно прямая линея отъ
дуги Циклоиса BMA къ окружности APH
проведенная параллельно съ основаніемъ
 BH почитаются равными круга произво-
дителя дугъ AP .

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XLIII.

§. 262. *Конхоисъ* (conchois), или *Конхилисъ*
(conchilis), Никомедомъ изобрѣшенная, есть
шакая кривая линея, которая происхо- ф. 56.
дитъ изъ того, когда на прямой упра-
вляющей линей DE другая прямая линея
 AC около точки C будетъ двигаться ша-
кимъ образомъ, что движимой линей ча-
стицы FD и GE , по верхъ управляющей ли-
ней оказывающіяся, будутъ всегда равны
между собою.

ПРИМѢЧАНІЕ 1.

§. 263. Точка C , около которой дви-
гается прямая линея AC , называется *По-
люсъ* (Polus).

ПРИМѢ-


~~~~~

ПРИМѢЧАНІЕ 2.

§. 264. ЧѢМЪ наклоненіе движимая линия АС будетъ имѣть свое положеніе къ управляющей линіи, тѣмъ частицы GE и FD ближе къ ней будутъ наклоняющіяся; однако никогда не могутъ упасть на оную, но всегда поверхъ ея должны оказываться. И такъ Конхоисъ хотя мало по малу и подходитъ близко къ управляющей линіи, такъ что разстояніе между ими нечувствительно малое бываетъ, по-чмо никогда съ нею не соединяется; почему и называется *Асимптота* (*ἀσύμπτωτος*).

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XLIV.

Ф. 57. §. 265. Когда на концѣ поперешника АВ полкруга АОВ возставивъ перпендикулъ неопредѣленной длины ВС, проведешь прямую линію АН, и сдѣлаешь  $AM = IN$ , или  $LC = AN$ ; то чрезъ точки М и L проведенная кривая линия АМОL, отъ Діоклеса изобрѣшенная, называется *Циссоисъ* (*Cissois*).

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XLV.

Ф. 60. §. 266. Ежели прямая линію АХ раздѣлится на нѣсколько равныхъ частей и изъ раздѣленія точекъ А. Р. р и проч. будутъ означены прямыя линіи АН, РМ, рм и



и проч. непрерывно пропорціональныя; то чрезъ точки  $N, M, m$  и проч. проведенная кривая линия называется *Логистика* (Logistica), также *Логариѳмика* (Logarithmica).

#### О П Р Е Д Ъ Л Е Н І Е XLVI.

§. 267. Ежели четверть круга  $ANB$  въ почкахъ  $N$  и  $n$ , и проч. поперешникъ его  $AC$  въ почкахъ  $P$  и  $p$  и проч. раздѣливъ на нѣсколько равныхъ частей, проведешь полупоперешники  $CN$ ,  $cn$  и проч. а изъ почекъ  $P$  и  $p$ . возставишь перпендикулы  $PM$ ,  $pm$  и проч. то чрезъ точки  $M$  и  $m$ , и проч. проведенная кривая линия, отъ Динострапа изобрѣшенная, называется *квадратриксъ* (quadratrix, seu Τετραγωνίζουσα).

#### П Р И Б А В Л Е Н І Е.

§. 268. И такъ въ разсужденіи квадратриксы имѣетъ мѣсто слѣдующая пропорція:

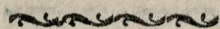
$$AB : AN = AC : AP$$

То есть, ежели положить, что  $AB = a$ ,  $AC = b$ ,  $AN = x$ ,  $AP = y$ ; то будетъ  $ay = bx$ .

#### О П Р Е Д Ъ Л Е Н І Е XLVII.

§. 269. Когда окружность круга  $APpA$  и его полупоперешникъ  $AC$  раздѣливъ на нѣ-  
сколь-





сколько равныхъ частей, сдѣлаешь  $CM$  равно одной части, а  $Cm$  двумъ частямъ и проч. полупоперешника; то кривая линия чрезъ точки  $M, m, m$  и проч. проведенная, отъ Архимеда изобрѣшенная, называется спиральная (*Spiralis*), или Геликсъ (*Helix*), или Улиткопая.

### ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 270. И такъ въ разсужденіи спиральной линии имѣетъ мѣсто слѣдующая пропорція:

$$AP : APpA = CM : CA$$

То есть, ежели положишь, что  $APpA = p$ ,  $AC = r$ ,  $AP = x$ ,  $PM = y$ ; то будетъ  $CM = r - y$ , и по причинѣ того, что  $p : r = x : r - y$ , будетъ также  $pr - py = rx$ .

### ЗАДАЧА ХСV.

Ф. 55. §. 271. Найди свойство Циклоиды.

### РѢШЕНІЕ.

Принявъ полупоперешникъ  $APH$  за линію абсциссъ, и назвавъ  $AP = x$ ,  $PM = y$ ;  $APH = c$ ,  $BH = d$ , будетъ имѣть мѣсто слѣдующая пропорція:

$APH$



$$APN : BN = AP : PM$$

$$c : d = x : y$$

$$dx = cy$$

По поелику  $c = d$ ; то будетъ

$$x = y$$

### ЗАДАЧА ХСVI.

§. 272. Найди свойство Квадраприксы.

#### РѢШЕНІЕ.

Положивъ, что четверть круга  $ANB$  ф. 58.  
 $= a$ ;  $nB = x$ ,  $AC = r$ ,  $pc = md = y$ ; то бу-  
 детъ имѣть мѣсто слѣдующая пропорція:

$$AB : nB = AC : mD$$

$$a : x = r : y$$

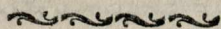
$$ay = rx$$

То есть, въ квадраприксѣ произведеніе  
 четверти круга на синусъ квадраприксы  
 равняется прямоугольному четвероуголь-  
 нику, произшедшему изъ умноженія по-  
 лупоперешника на частицу четверти кру-  
 га, противоположенной синусу квадра-  
 приксы.

#### ПРИБАВЛЕНЕ.

§. 273. Слѣдовательно  $\frac{ay}{r} = x$ , то  
 есть, въ квадраприксѣ всякая часть чеп-  
 верти круга есть четвертая пропорціо-  
 нальная линейя, къ полупоперешнику, чеп-  
 верти





верши круга и синусу квадраприксы найденная.

# ПРИМѢЧАНІЕ I.

§. 274. Поелику какъ для Циклоиды, такъ и для Квадраприксы не можно составить сравненія чрезъ сношеніе однихъ токмо прямыхъ линей; но часпицы кривой линей всегда вмѣшиваются въ оное; по видно, что съ такимъ сравненіемъ труднѣе обходиться: и пошому такія кривыя линей имѣютъ опмѣнное свойство отъ круга и тѣхъ кривыхъ линей, кои происходятъ изъ сѣченія конуса. Почему Лейбницій одѣ кривыя линей Геометрическими и Алгебраическими, а другія Механическими называетъ. То есть, кривыя Геометрическія и Алгебраическія линей суть, коихъ свойство объясняется такимъ сравненіемъ, которое не пребудетъ никакой квадрапуры кривой линей, какія на пр. суть кругъ и линей произшедшія изъ сѣченія конуса, то есть, Парабола, Ипербола и Эллипсисъ. Механическіяжъ кривыя линей суть, кои объясняются чрезъ такое сравненіе, въ которое входитъ квадрапура другой кривой линей, какія на пр. суть Циклоисъ, Квадраприксъ и проч.

ПРИ-



ПРИМѢЧАНІЕ 2.

§. 275. Прочія предложенія, принадлежащія суда, на пр. о свойствѣхъ и разныхъ премѣненіяхъ сравненій, о Геометрическихъ мѣстахъ, о составленіи кубическихъ и биквадрапическихъ сравненій и проч. оставляются; поелику оныя пребываютъ пространнѣйшаго объясненія. Почему желающій имѣть понятіе и о такихъ предложеніяхъ, можетъ почерпнуть оныя изъ другихъ нарочно и пространно о томъ объясняющихъ писателей.

К О Н Е Ц Ъ.

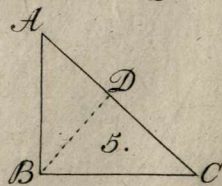
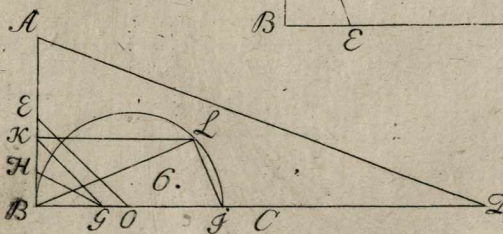
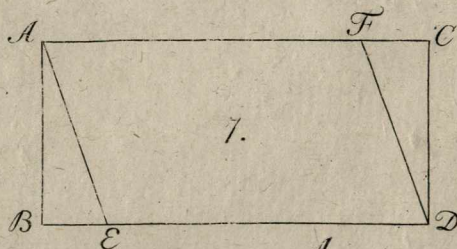
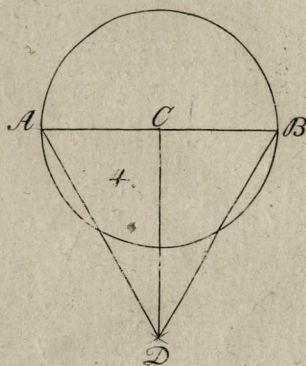
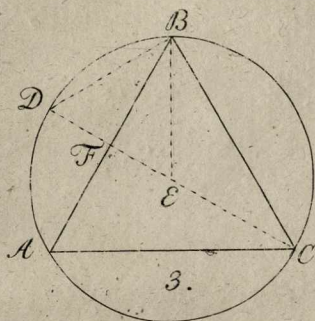
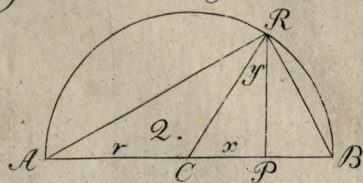
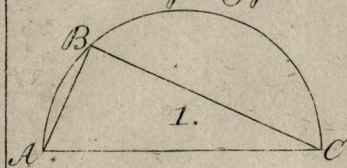




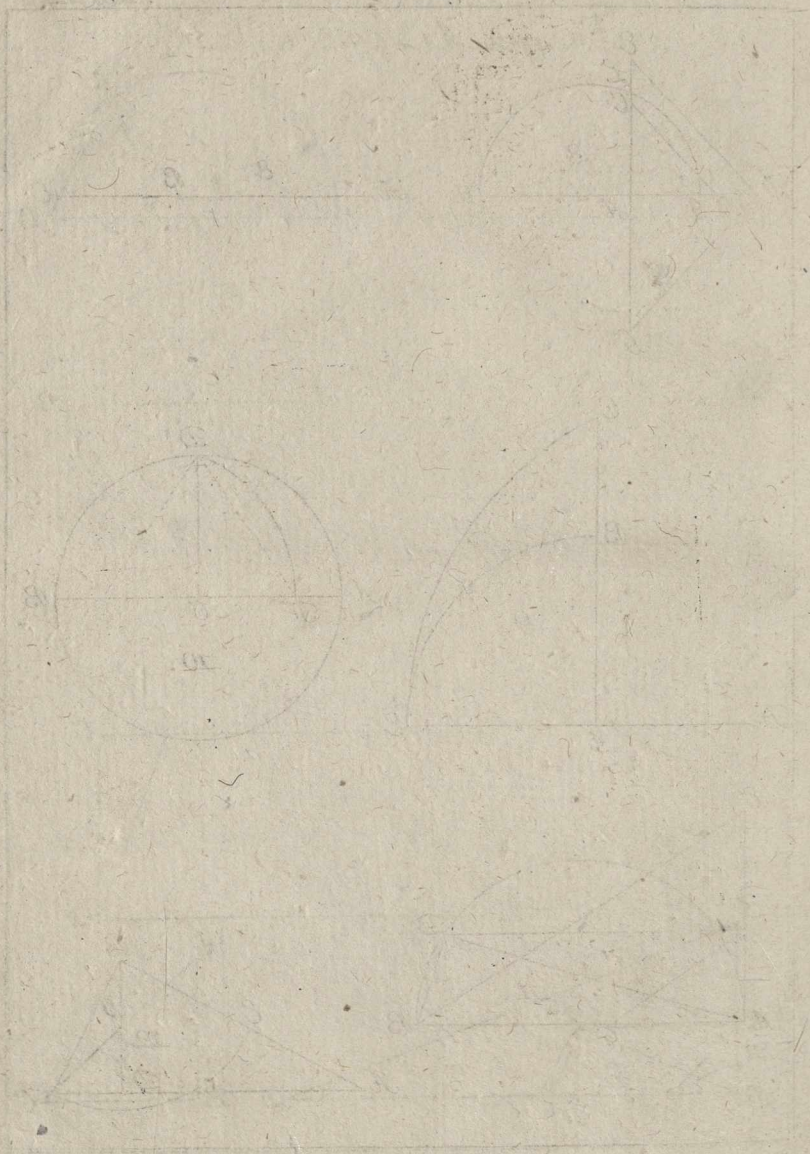




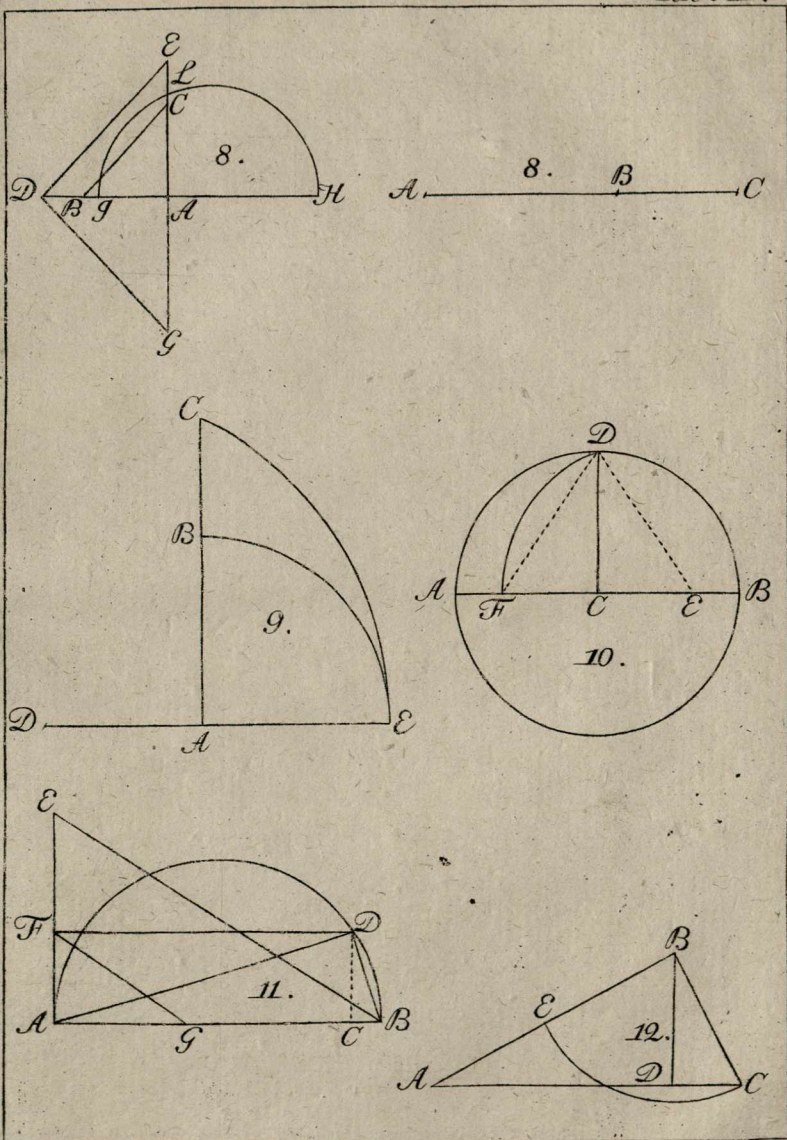
Фигуры Алгебраическія



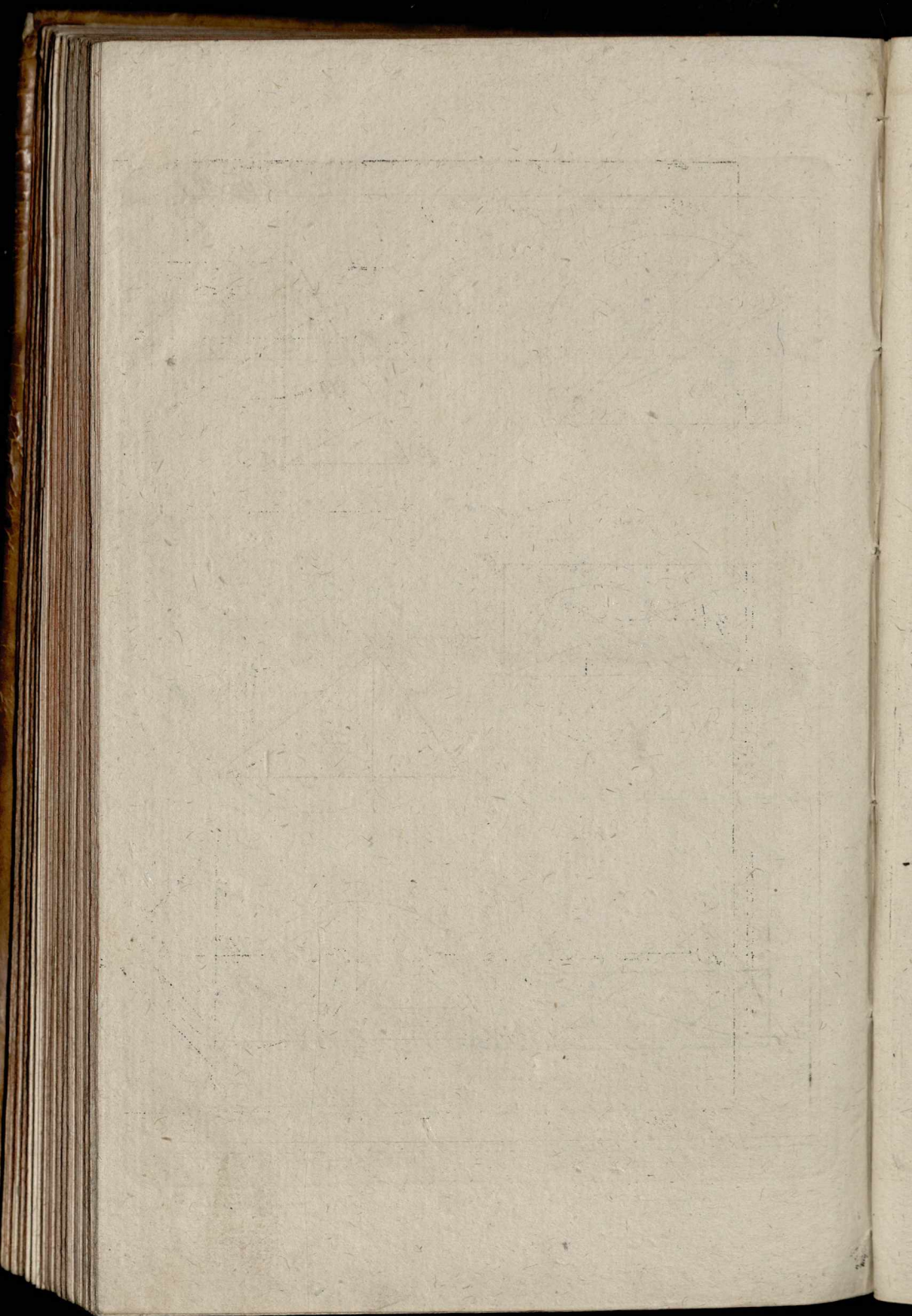




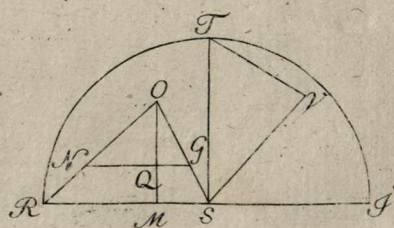
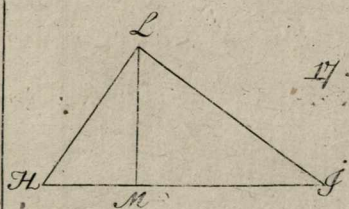
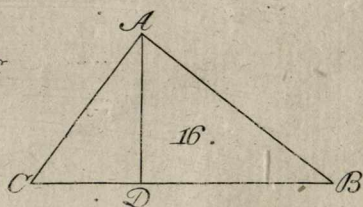
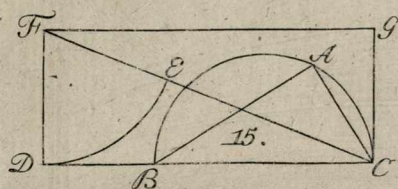
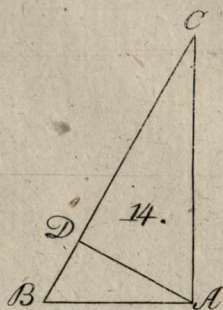
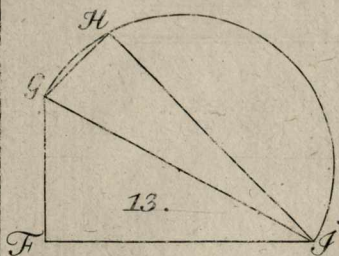




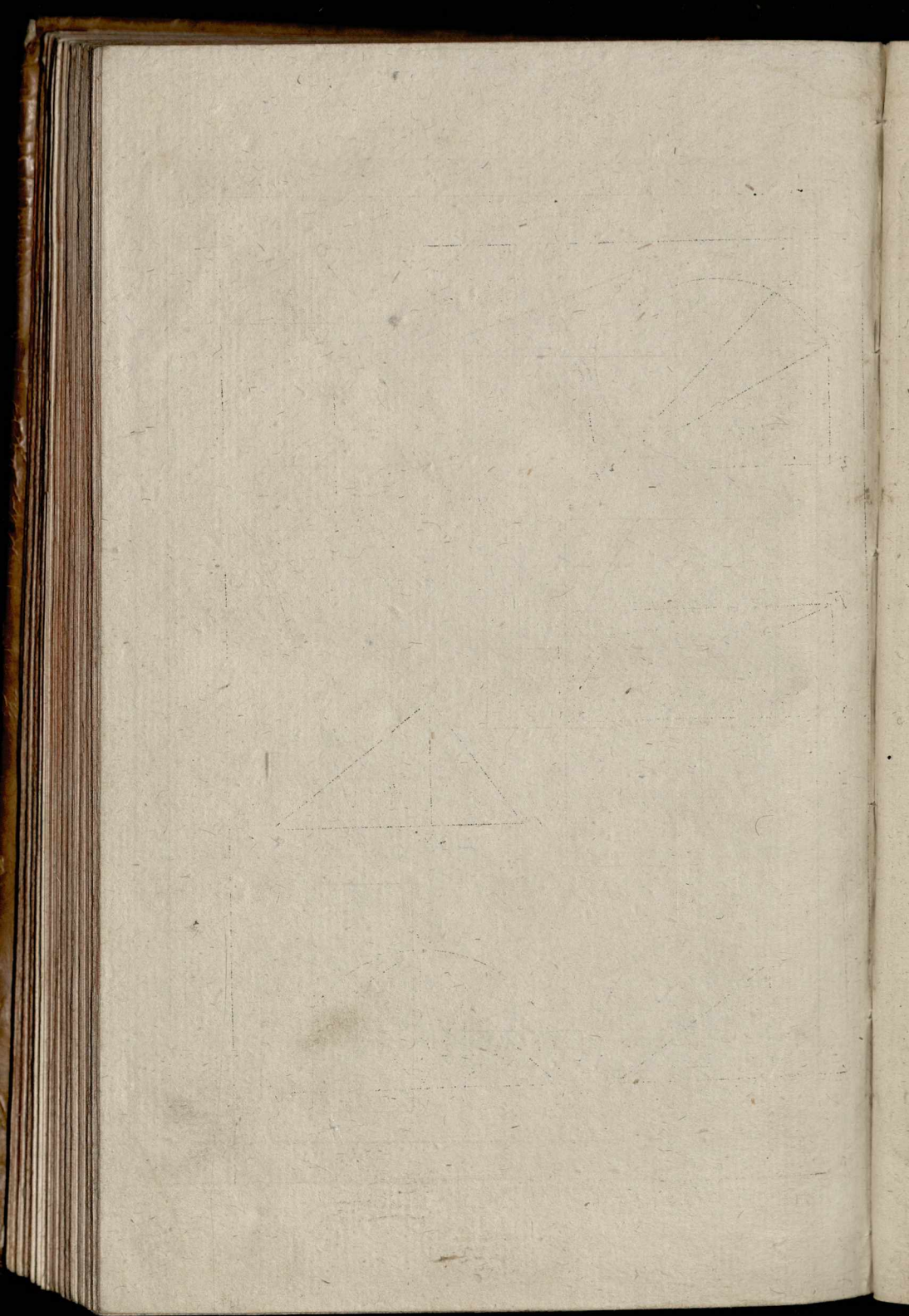




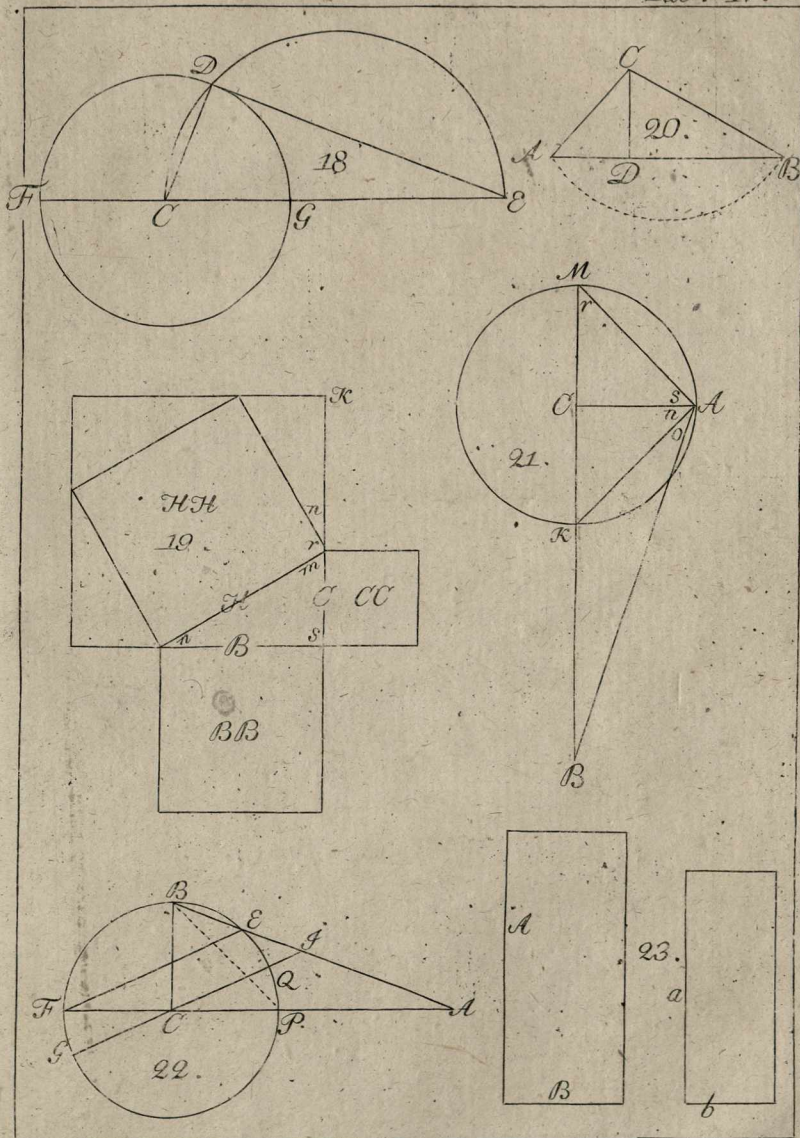




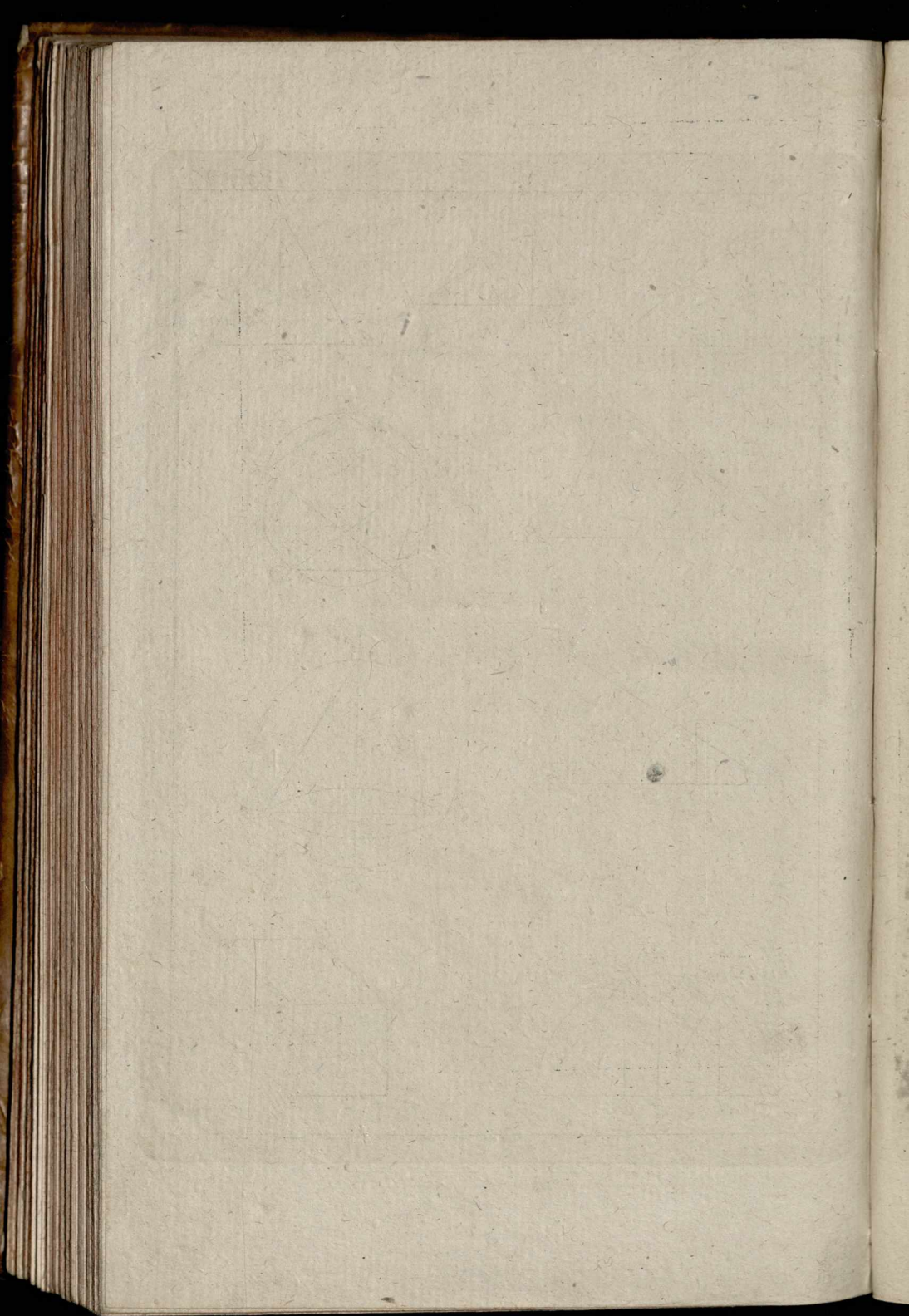




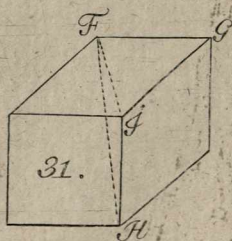
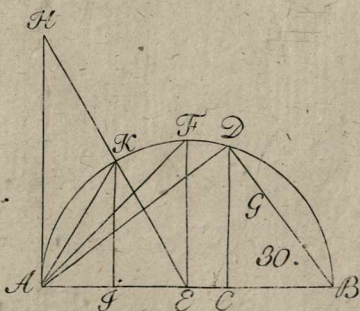
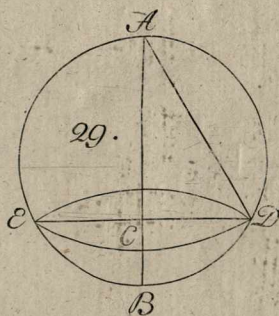
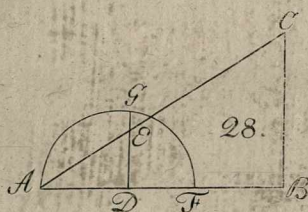
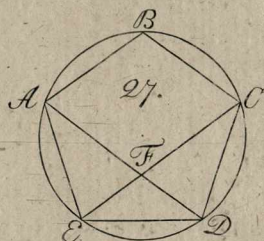
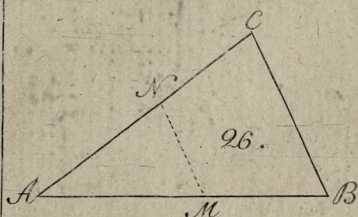
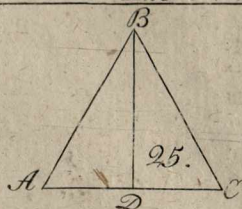
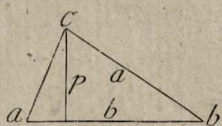
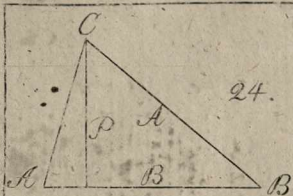




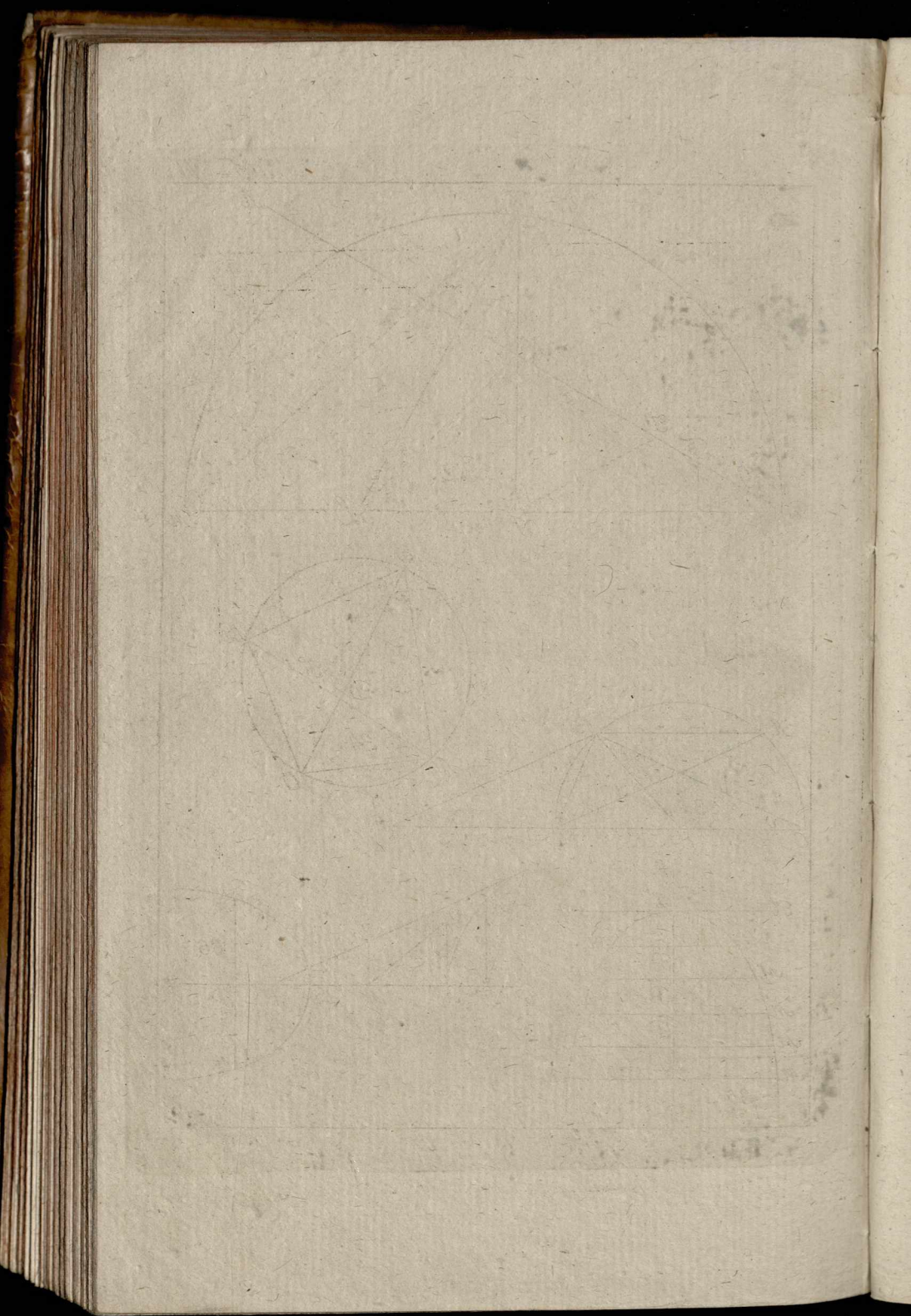




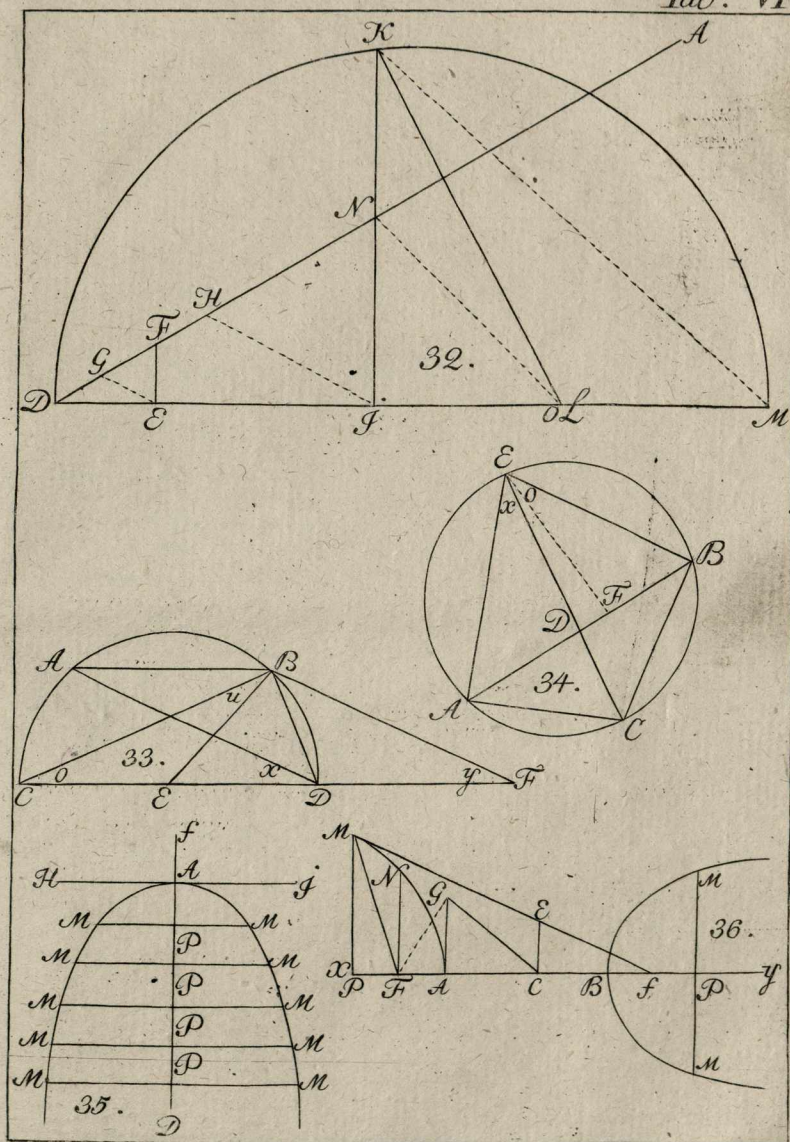




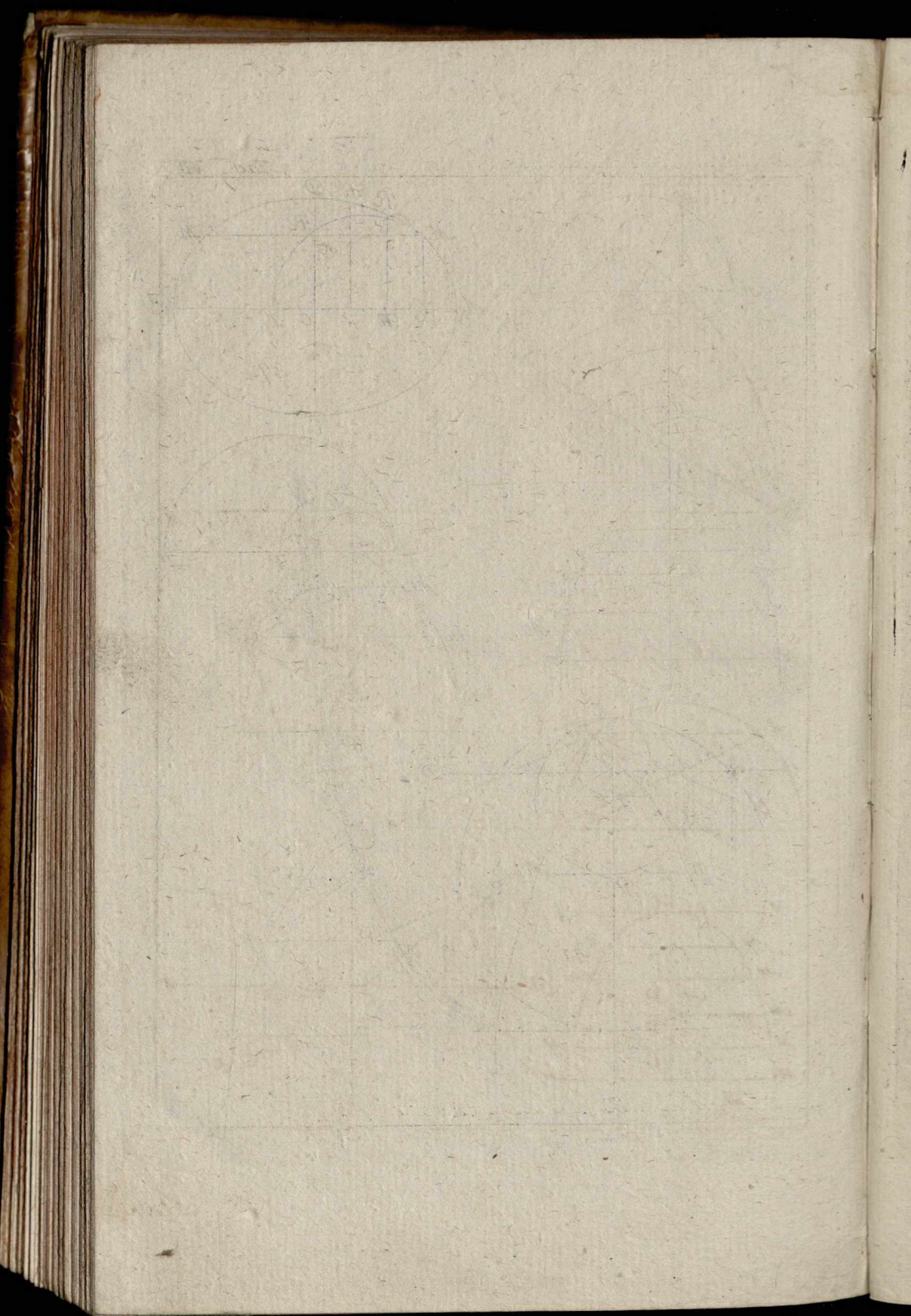




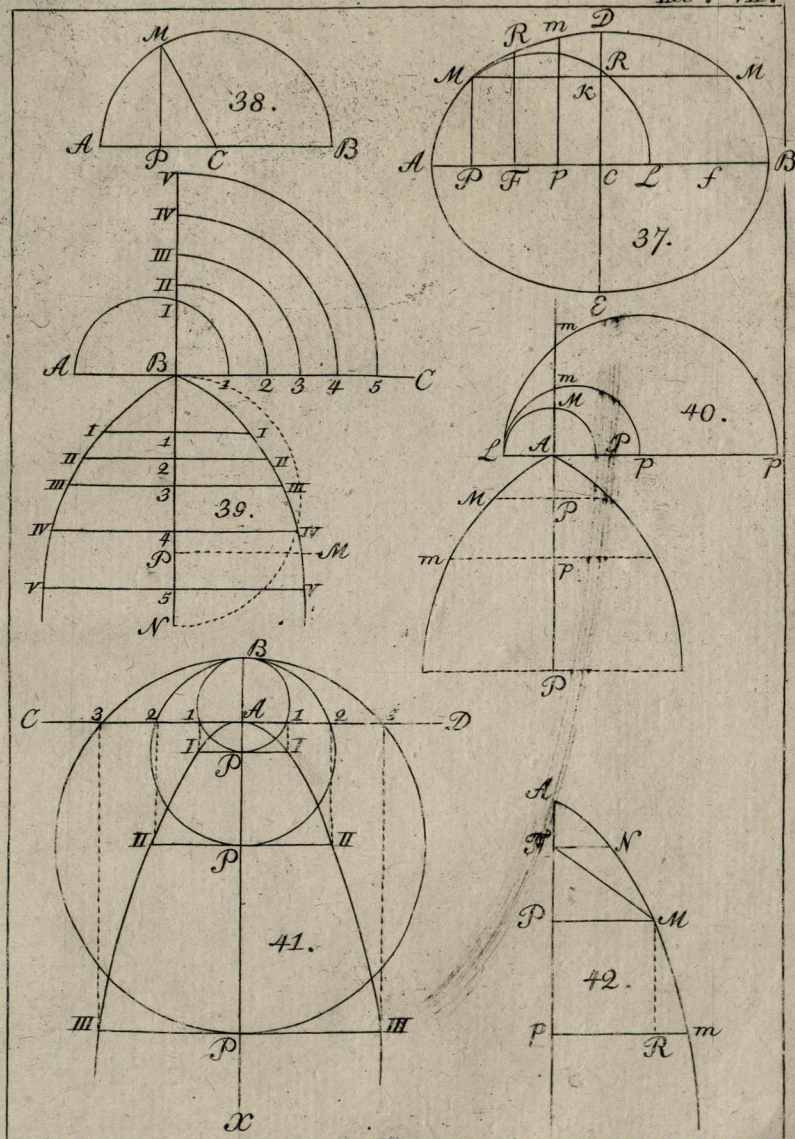




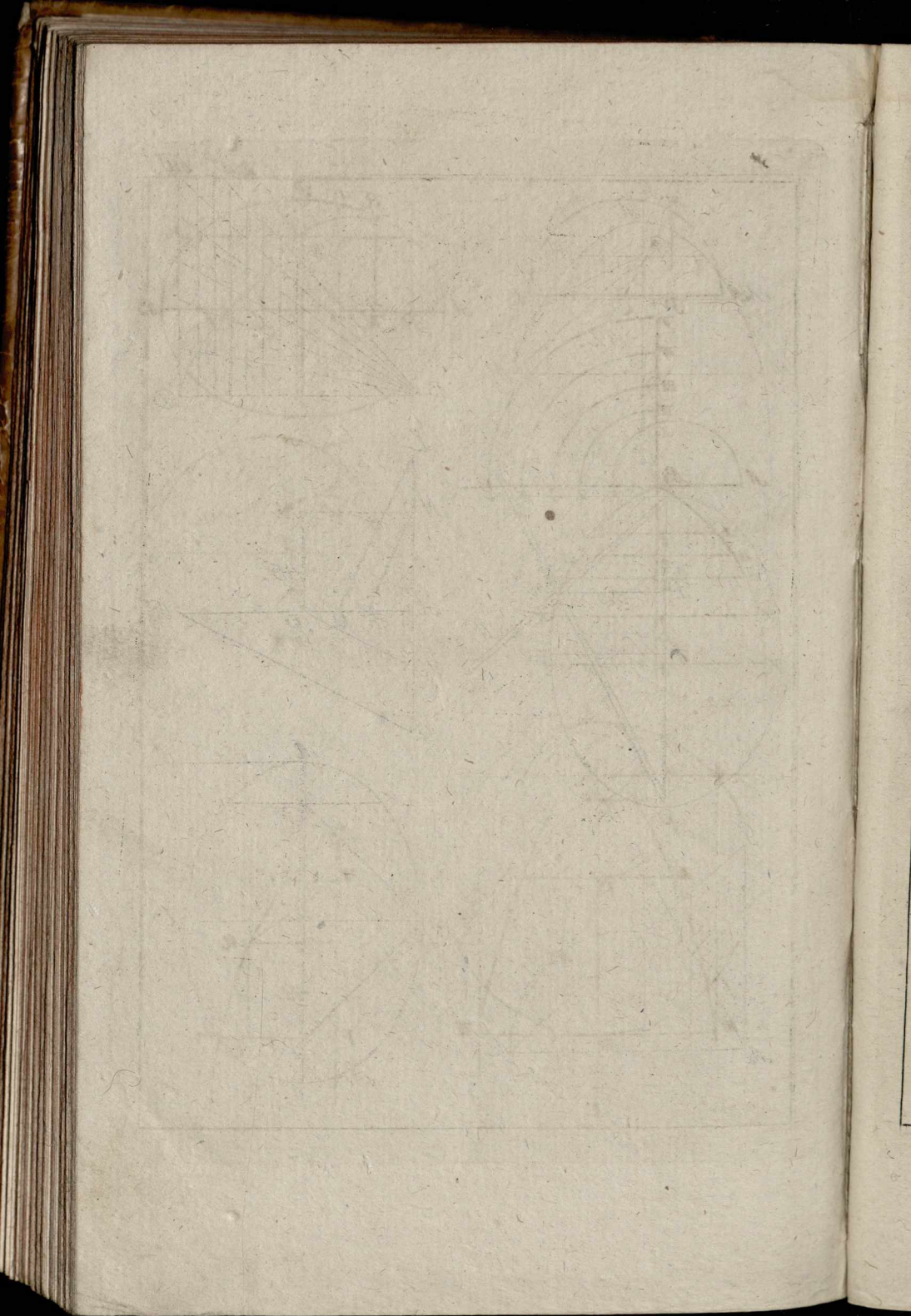




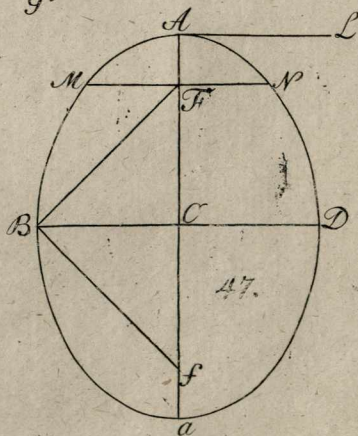
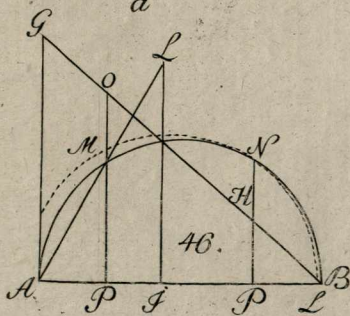
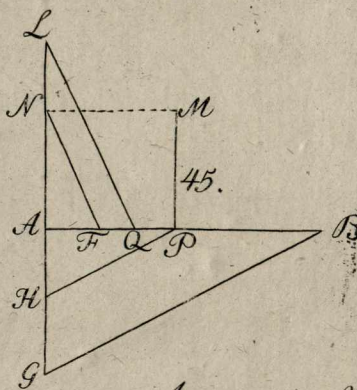
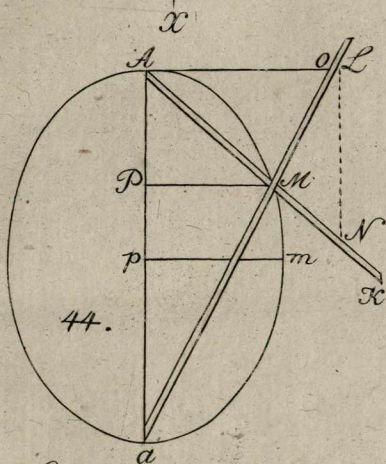
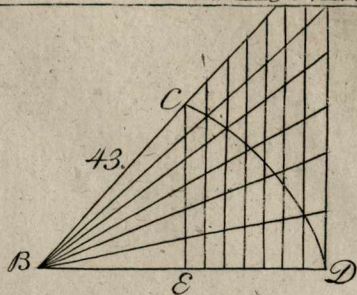
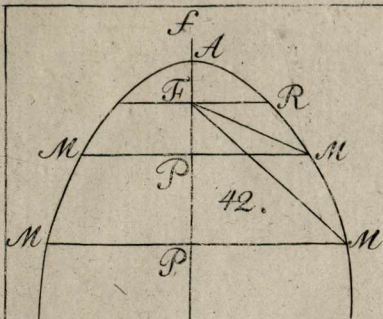




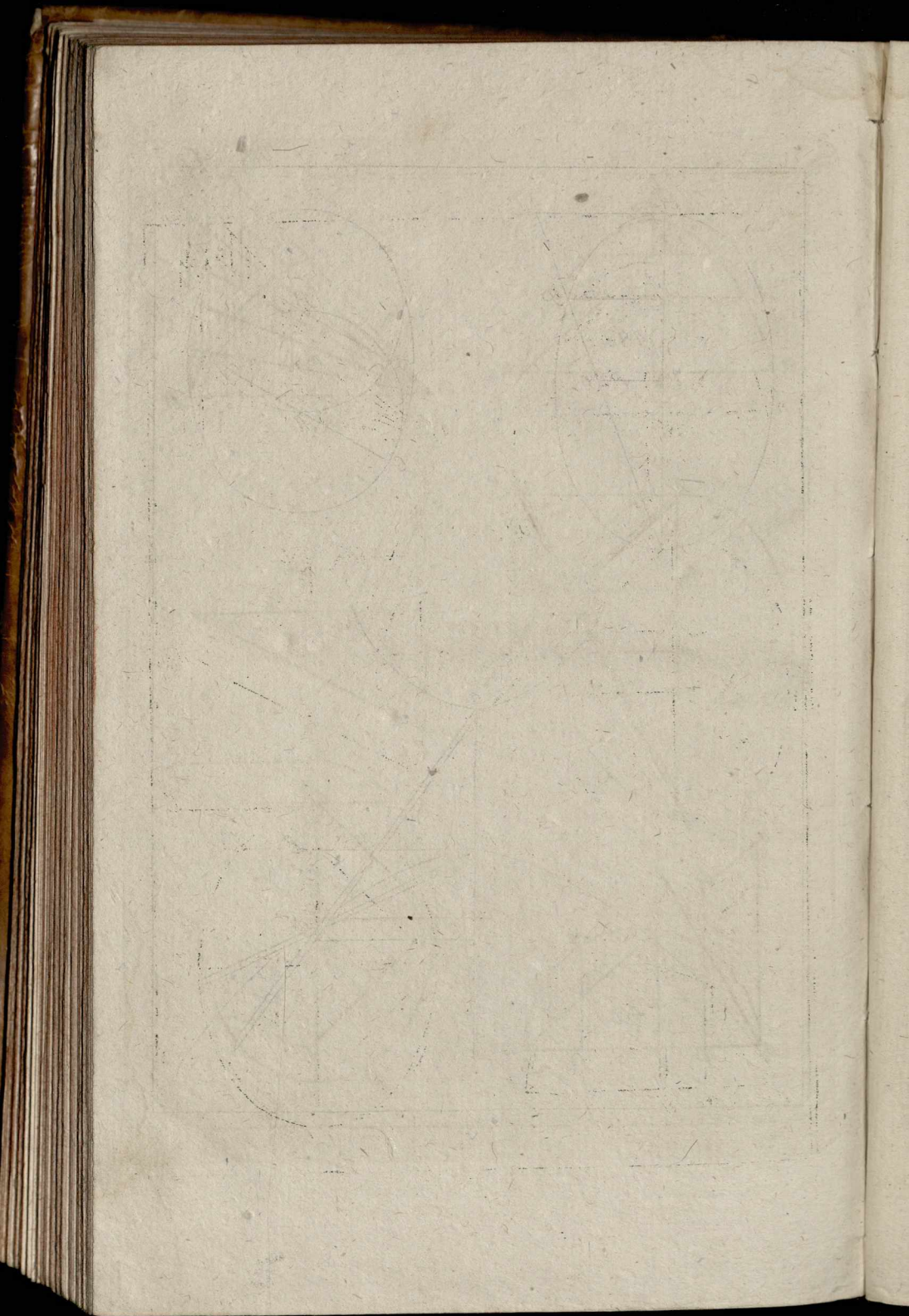




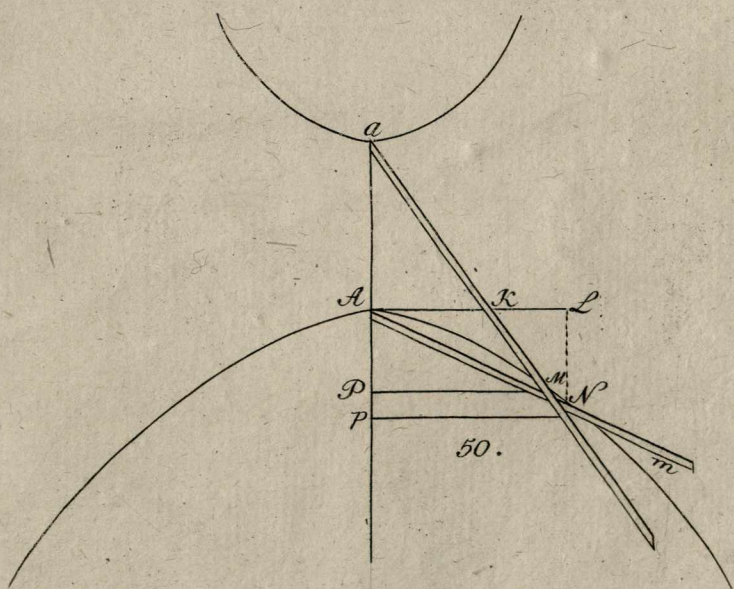
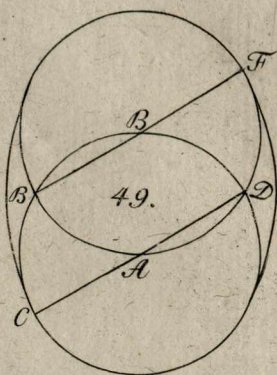
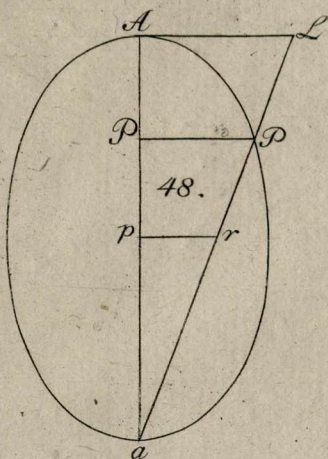




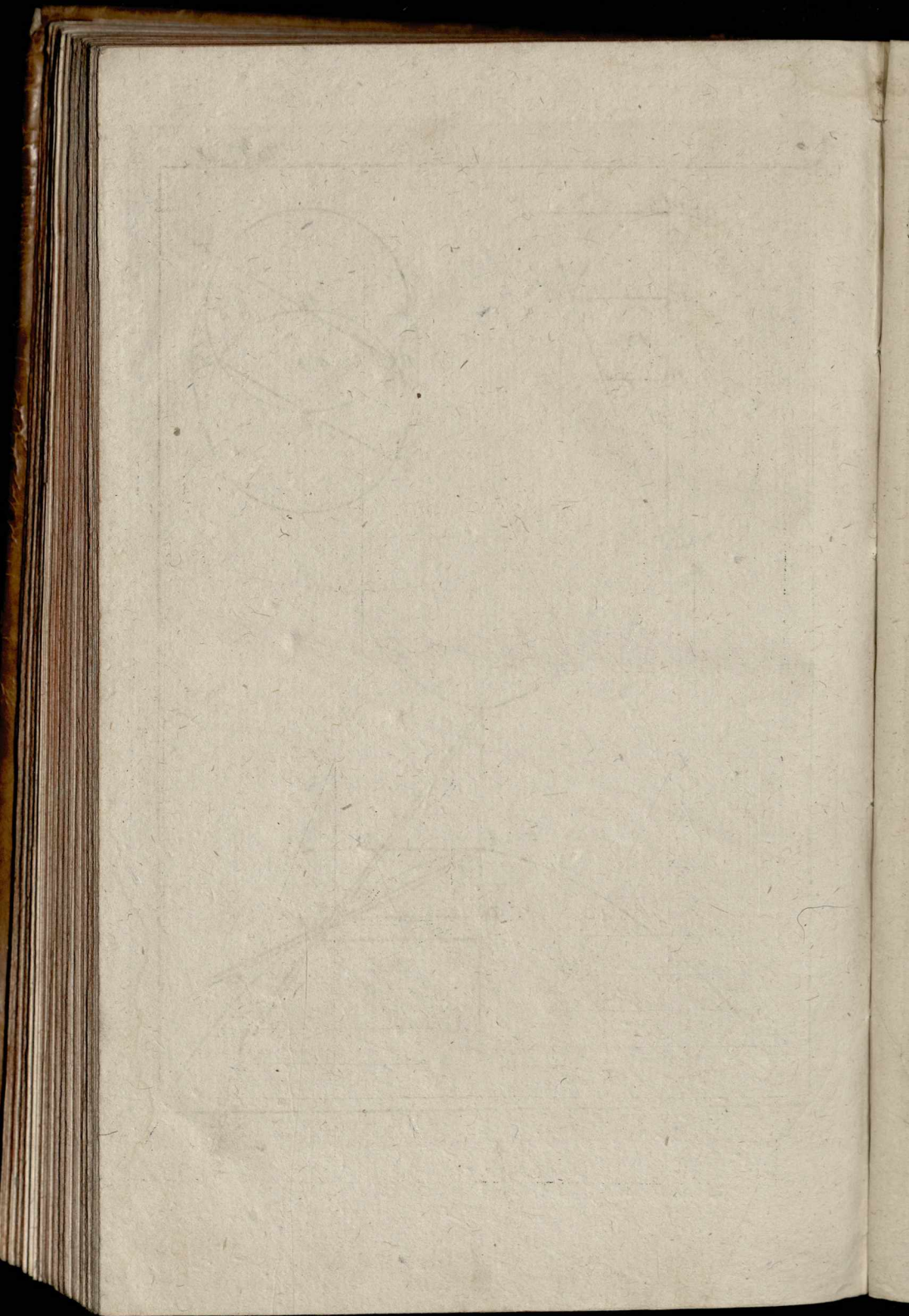




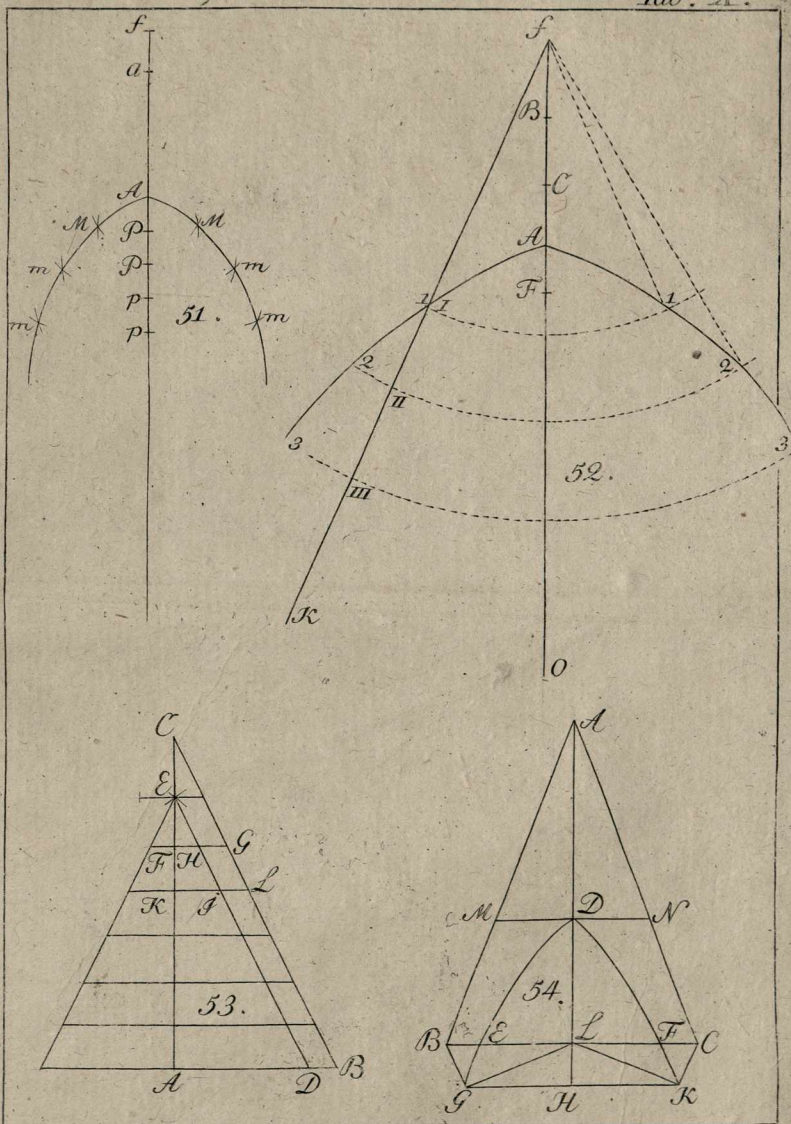




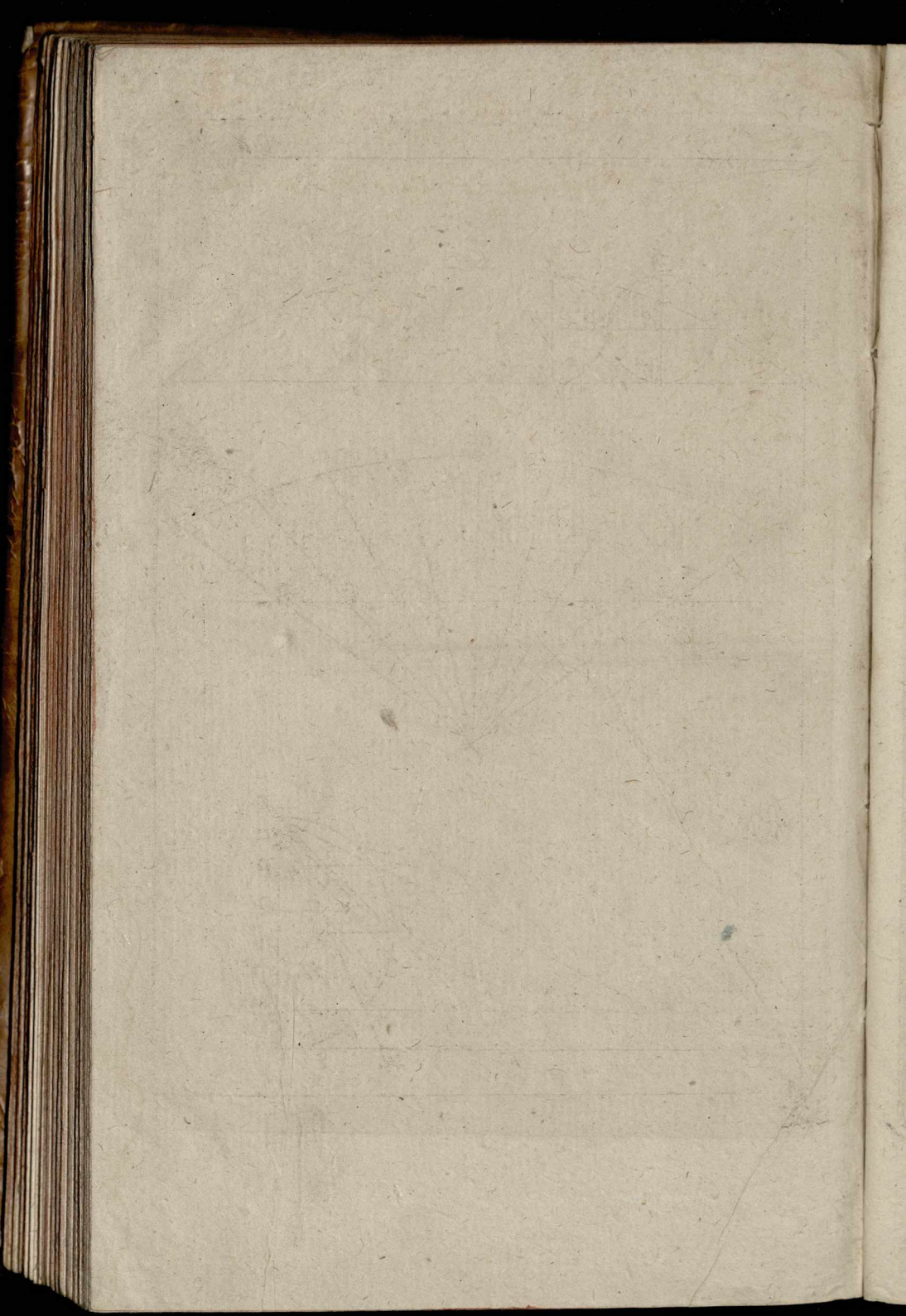




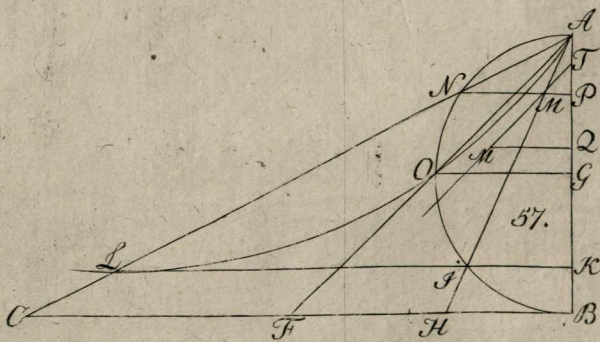
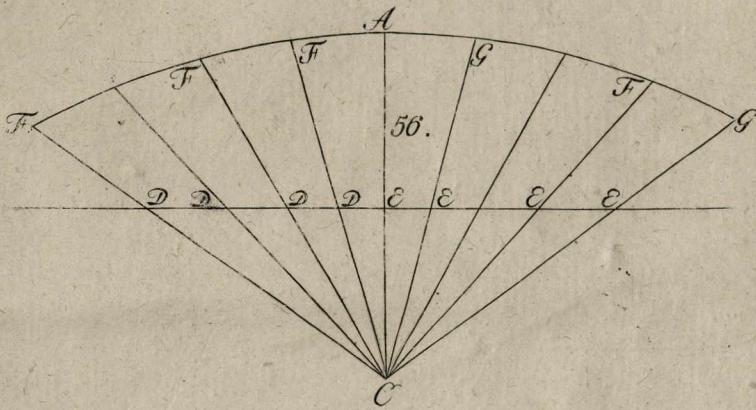
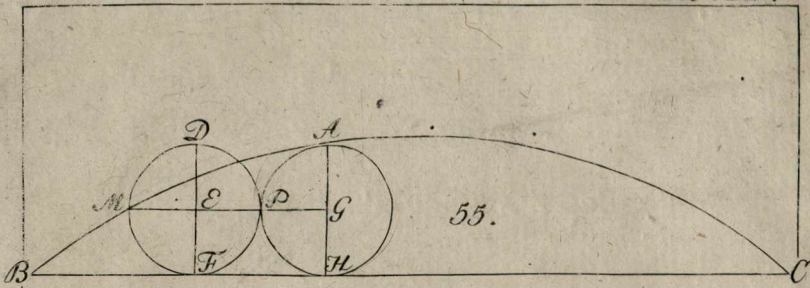




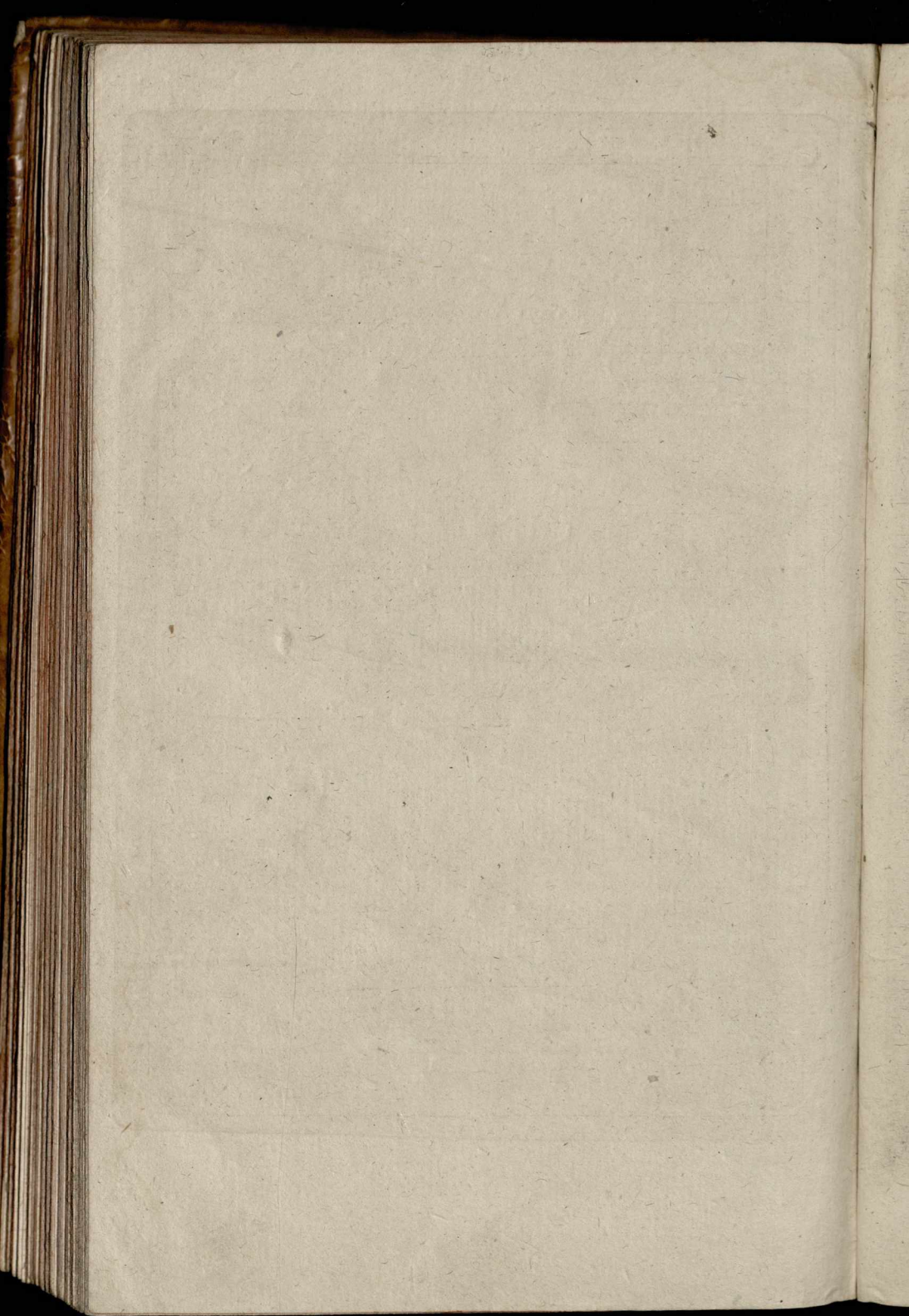




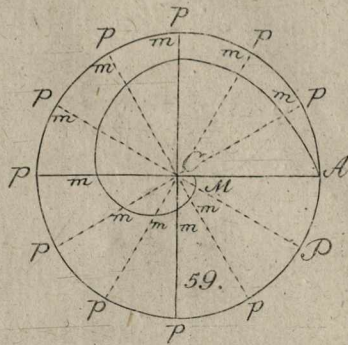
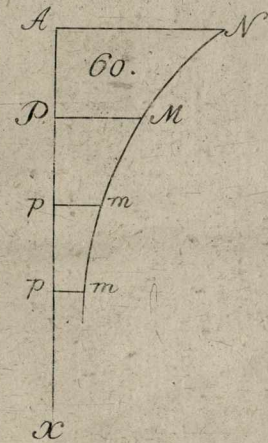








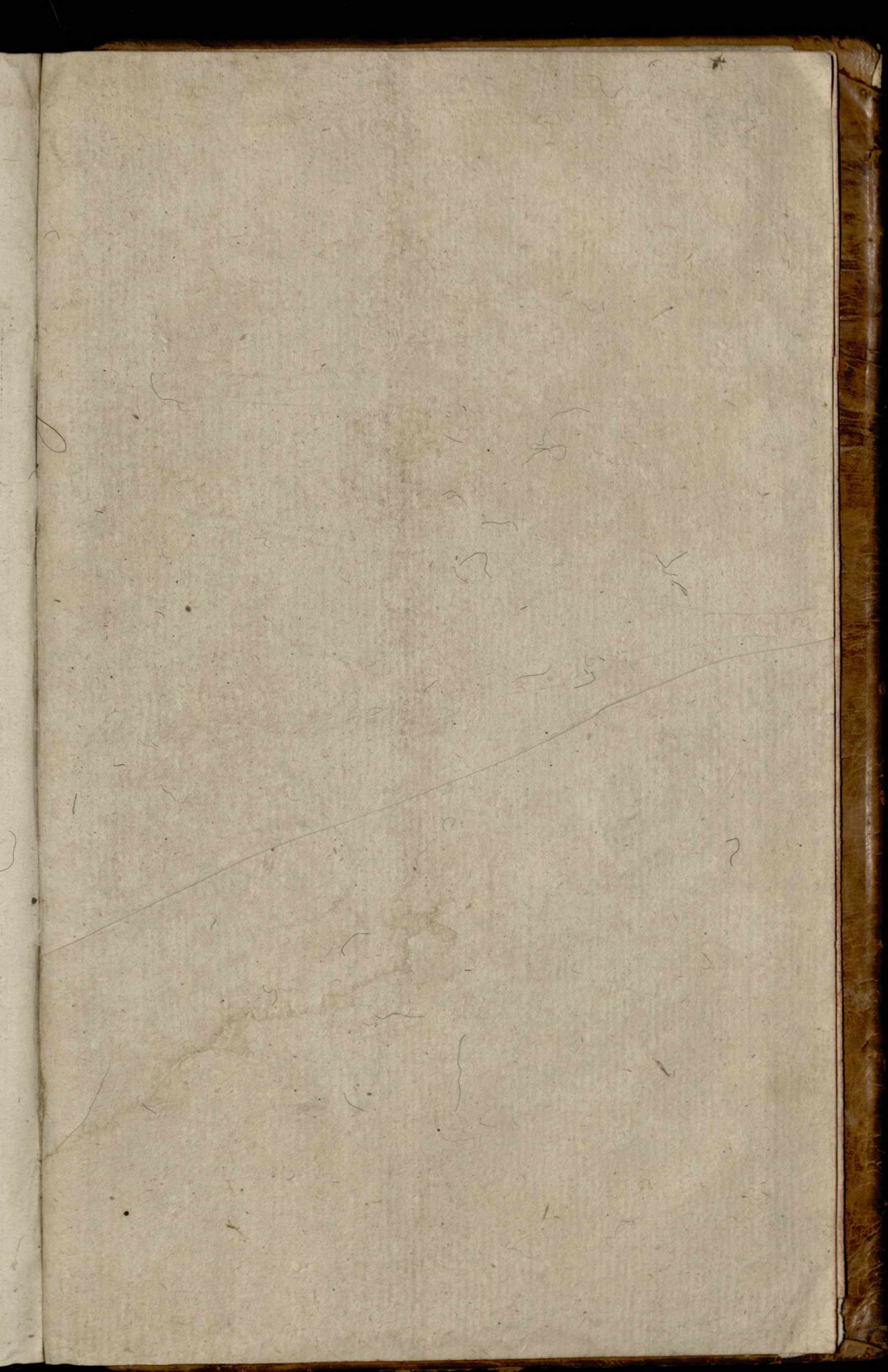














3p.



